

$^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ -Winkelkorrelationen bei
 $E_\alpha = 104 \text{ MeV}$ zur Untersuchung des
Reaktionsmechanismus der inelastischen
 α -Streuung und der Deformation des
 ^{24}Mg -Kernes

von
Wolfgang Eyrich
aus
Lauf a. d. Peg.

1976 # 286

**$^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ -Winkelkorrelationen bei
 $E_\alpha = 104 \text{ MeV}$ zur Untersuchung des
Reaktionsmechanismus der inelastischen
 α -Streuung und der Deformation des
 ^{24}Mg -Kernes**

**Den Naturwissenschaftlichen Fachbereichen
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg**

zur

Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt

von

Wolfgang Eyrich

aus

Lauf a. d. Peg.

Als Dissertation genehmigt von den
Naturwissenschaftlichen Fachbereichen
der Universität Erlangen-Nürnberg



Tag der mündlichen Prüfung:

26. Mai 1976

Vorsitzender der Promotionskommission: Professor Dr. H. Remmert

Erstberichterstatter:

Professor Dr. A. Hofmann

Zweitberichterstatter:

Professor Dr. E. Finckh

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

Zusammenfassung	1
I. Einleitung	3
II. Theorie	6
1. Teilchen- γ -Winkelkorrelationen	6
2. Spezialisierung der Theorie auf $(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ - Winkelkorrelationen an gg-Kernen	9
III. Experiment	12
A. Experimenteller Aufbau	12
1. Strahlführung	12
2. Detektoren	14
3. Meßkammer und Anordnung	16
4. Target	19
5. Elektronik und Datenaufnahme	19
B. Ablauf der Messungen - die Meßgrößen	25
1. Kontrolle des Experimentes	25
2. Zufällige Koinzidenzen	26
3. Messung der Winkelkorrelationsfunktion	29
4. Absolutmessung des differentiellen Wirkungsquerschnittes	30
IV. Ergebnisse und Diskussion	33
1. Die Experimentellen Korrelationsgrößen	33
2. CC-Analysen	36
a) Die CC-Methode	36
b) CC-Analysen der experimentellen Ergebnisse im Rahmen des "makroskopischen" Modells	41
α) Die beste Anpassung - Einfluß des Vor- zeichens der Quadrupoldeformation	42

B) Der Einfluß der Parameter des Optischen Potentials	52
γ) Höhere Kopplungsterme und Coulomb- anregung	62
c) CC-Analysen im Rahmen eines semimikro- skopischen Faltungsmodells	66
α) Idee des Faltungsmodells	66
β) Vergleich mit den experimentellen Daten	69
3) Analytische Begründung der Sensitivität von (α, α_1, γ)-Korrelationsdaten auf das Vorzeichen der Quadrupoldeformation im Rahmen eines ein- fachen Diffraktionsmodells	78
4) Energieabhängigkeit der "prolat-oblat" Effekte	87
5) Ausblick	90
Anhang A	97
Lösungsmethoden der Codes INCH und ECIS für die gekoppelten DGLn	
Anhang B	99
Parameter der CC-Analysen	
Anhang C	101
Einbeziehung einer graphischen Methode zur Um- kopplung von Drehimpulsen in die Winkelkorrela- tionstheorie	
Literaturverzeichnis	127

Zusammenfassung

Am Isochron-Zyklotron des Kernforschungszentrums Karlsruhe wurde die Teilchen- γ -Winkelkorrelation der Reaktion $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1 \gamma) ^{24}\text{Mg}$ bei einer Einschubenergie von 104 MeV untersucht. Der doppelt differentieller Wirkungsquerschnitt wurde für 126 Winkelpaare (ϕ_γ, ϕ_α) in der Reaktionsebene gemessen. Die hierzu verwendete Mehrdetektoranordnung bestand aus 4 Si(Li)-Detektoren zum Nachweis der gestreuten α -Teilchen und 2 Ge(Li)-Detektoren zum Nachweis der γ -Quanten. Die Teilchendetektoren waren über fast-slow Kreise in Koinzidenz zu den γ -Detektoren geschaltet. Aus der Korrelationsmessung und dem zusätzlich gemessenen differentiellen Wirkungsquerschnitt wurde die experimentelle Winkelkorrelationsfunktion ermittelt, die im vorliegenden Fall durch drei vom Teilchenwinkel abhängige Parameter bestimmt ist. Mit Hilfe dieser Parameter wurden unter Zuhilfenahme des absoluten differentiellen Wirkungsquerschnittes die Betragsquadrate der experimentellen Übergangsamplituden vom Grundzustand zu den magnetischen Unterzuständen des ersten angeregten Zustandes in ^{24}Mg ermittelt.

Die Analyse der Daten erfolgte mit der Methode der gekoppelten Kanäle unter Verwendung des Modells des starren symmetrischen Rotators. Dabei wurde sowohl der übliche Weg über ein phänomenologisches optisches Potential (makroskopisches Modell) beschritten als auch ein einfaches Faltungsmodell (semimikroskopisches Modell) verwendet.

Die Analyse ergab:

- 1) Das makroskopische Modell und das semimikroskopische Faltungsmodell liefern sowohl beim Vergleich mit den differentiellen Wirkungsquerschnitten als auch mit den Korrelationsdaten sehr gute Übereinstimmung.
- 2) Die Korrelationsdaten erwiesen sich als sehr sensitiv auf die Deformation des Kerns. Insbesondere ist die Amplitude der Korrelationsfunktion äußerst sensitiv auf das Vorzeichen der β_2 -Deformation, unabhängig von den verwendeten Potentialparametern.
- 3) Die Analyse der Korrelationsdaten liefert im vorliegenden Fall keine wesentliche Einschränkung des Wertebereiches der

Potentialparameter, die die Wirkungsquerschnittsdaten gut beschreiben.

Es wird gezeigt, daß sich verschiedene qualitative Aspekte der Ergebnisse der Coupled-Channels-Analysen, insbesondere die Sensitivität der Amplitude der Korrelationsfunktion auf das Vorzeichen der β_2 -Deformation, auch im Rahmen eines einfachen Diffraktionsmodells erklären lassen.

I. EINLEITUNG

Untersuchungen von Teilchen- γ -Winkelkorrelationen bei Kernreaktionen haben gezeigt, daß derartige Experimente Daten liefern, die einen sensitiven Test für die Leistungsfähigkeit und Anwendbarkeit verschiedener Reaktionsmodelle zulassen ^{1), 2), 3)}.

Bei den gängigen direkten Reaktionsmodellen werden die Übergangsamplituden meist nach den Spins der beteiligten Reaktionspartner und deren Z-Komponenten klassifiziert, d.h. die Modellrechnungen liefern primär Übergangsamplituden zwischen magnetischen Unterzuständen. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ergibt sich als Summe der Betragsquadrate dieser Übergangsamplituden, kann also nur eine "integrale" Information über den Reaktionsablauf liefern. Teilchen- γ -Korrelationsexperimente liefern als Meßgröße den doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnitt. Dieser enthält andere Kombinationen von Übergangsamplituden und insbesondere Interferenzterme zwischen verschiedenen Amplituden. Hieraus ist erklärlich, daß Korrelationsexperimente i.a. einen sensitiveren Test für die verwendeten Reaktionsmodelle ermöglichen als Messungen des differentiellen Wirkungsquerschnittes. Bei $(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ -Korrelationsmessungen an gg-Kernen ist es möglich, in relativ einfacher Weise die individuellen Übergangsamplituden selbst zu extrahieren und mit Modellrechnungen zu vergleichen. Die Analyse derartiger Experimente stellt deshalb wohl die Stufe dar, bei der sich Theorie und Experiment am unmittelbarsten vergleichen lassen.

α -Streuexperimente und $(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ -Winkelkorrelationsmessungen an Kernen der sd-Schale bei 15 MeV Einschußenergie ^{4), 5)} haben gezeigt, daß in diesem Energiebereich neben direkten auch Compound-Anteile im Reaktionsablauf vorliegen. Die Analyse der Korrelationsdaten erwies sich dabei als geeignet, die Größe der verschiedenen Reaktionsanteile besser festzulegen als durch eine Analyse des differentiellen Wirkungsquerschnittes. Dies ist deshalb möglich, weil - wie sich zeigte - Korrelationsgrößen existieren, die speziell abhängig sind von der Größe des Compoundanteiles und andere, die Aufschluß über die Größe des direkten Anteils liefern und vom Compoundanteil kaum beeinflusst werden. Eine quantitative Auswertung erweist sich jedoch wegen der Vielzahl der freien Parameter, bedingt durch das Auftreten mehr als eines Reaktionsablaufes, als schwierig.

Bei α -Streuung im 100 MeV-Bereich ist mit diesen Schwierigkeiten nicht zu rechnen, da hier die Reaktionen vollständig direkt ablaufen sollten. Die Analyse der α -Streuung an vielen Kernen bei 104 MeV Einschußenergie durch Rebel et al. (vgl. z.B. Ref.⁶⁾) hat gezeigt, daß bei dieser Einschußenergie mit Hilfe der Methode der gekoppelten Kanäle (CC) in simultaner Weise die Wirkungsquerschnitte der Streuung zu den niedrigliegenden stark kollektiven Zuständen sehr gut beschrieben werden können. Als Kernmodelle wurden hierbei die kollektiven Modelle des Rotators bzw. Vibrators verwendet.

CC-Analysen sind so angelegt, daß möglichst viele Daten simultan beschrieben werden. Dadurch ist die Vieldeutigkeit der Potentialparameter wesentlich stärker eingeschränkt als etwa bei DWBA-Analysen.

Bei Verwendung des Rotationsmodells sind die Kopplungsparameter gegeben durch die statischen Deformationen des Kernes. Sie gehen mit Betrag und Vorzeichen in die CC-Rechnungen ein. Andererseits können sie durch Anpassung der Rechnung an das Experiment extrahiert werden. Bei der Berechnung der inelastischen Streuung zum ersten angeregten Zustand geht vor allem die Quadrupoldeformation entscheidend ein. Da bei den CC-Analysen auch Mehrstufenprozesse berücksichtigt werden, enthalten die Übergangsamplituden Beiträge der verschiedenen Anregungsordnungen und deshalb die Deformationsparameter in verschiedenen Potenzen. Bei der CC-Analyse der Wirkungsquerschnitte ergeben sich bei der Anpassung der Rechnung für den Parameter β_2 immer zwei Minima im χ^2 -Wert, eines für prolate Deformation ($\beta_2 > 0$) und eines für oblate Deformation ($\beta_2 < 0$), entsprechend dem dominierenden direkten Term in den Übergangsamplituden. Es ist nicht immer möglich, zu entscheiden, welchem Deformationsvorzeichen der Vorzug zu geben ist.

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, die $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ -Winkelkorrelation bei 104 MeV zu messen und zu analysieren. Dabei interessierten vor allem die Fragen:

- 1) Bleibt die bei den Wirkungsquerschnittsanalysen gefundene gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment auch bei den Korrelationsdaten erhalten? Falls das CC-Modell auf

der Basis des starren Rotators zur Beschreibung der α -Streuung an ^{24}Mg bei 104 MeV geeignet ist, müssen auch die Korrelationsdaten beschrieben werden.

- 2) Lassen die Korrelationsdaten eine weitere Einschränkung des Wertebereiches der Modellparameter zu? Dies läßt sich vermuten, da bei den Korrelationsmessungen die einzelnen Übergangsamplituden für die Analyse zur Verfügung stehen.
- 3) Sind die Korrelationsdaten insbesondere empfindlicher auf das Vorzeichen der Quadrupoldeformation als der Wirkungsquerschnitt? Das wird davon abhängen, ob die Interferenzeffekte zwischen den verschiedenen Mehrstufenprozessen in den Korrelationsgrößen deutlicher hervortreten als dies beim Wirkungsquerschnitt der Fall ist.
- 4) Kann man das bei den Korrelationsgrößen auftretende Verhalten in Bezug auf die Fragen 1) bis 3) auch anschaulich verstehen?

Um diese Fragen beantworten zu können, mußte zunächst geklärt werden, ob bei dieser relativ hohen Einschußenergie wegen der zu erwartenden Untergrundprobleme Teilchen- γ -Winkelkorrelationsmessungen mit der erforderlichen Genauigkeit bei annehmbaren Meßzeiten überhaupt durchführbar sind.

Der Kern ^{24}Mg wurde ausgewählt, da hier die Niveaustuktur die Anwendbarkeit des Rotationsmodells für die niedrigliegenden Zustände nahelegt. Außerdem können die α -Streuquerschnitte zu den drei niedrigstliegenden Zuständen mit CC-Rechnungen auf der Basis des starren symmetrischen Rotators gut beschrieben werden ⁶⁾.

II. THEORIE

1. Teilchen- γ -Winkelkorrelationen

Allgemeine Darstellungen der Theorie der Winkelkorrelationen finden sich z.B. bei Biedenharn und Rose ⁷⁾, Devons und Goldfarb ⁸⁾ und Ferguson ⁹⁾. Ein kurzer Abriß findet sich im Anhang dieser Arbeit. Hier wird speziell versucht, durch Einbeziehung einer graphischen Methode zur Umkopplung von Drehimpulsen die Ableitung der Winkelkorrelationsfunktionen etwas durchsichtiger darzustellen.

An dieser Stelle wollen wir uns auf Winkelkorrelationen des Typs $A(a,b)B(\gamma)C$ beschränken, wobei das Ejektil b in Koinzidenz mit dem emittierten γ -Quant unter definierten Winkeln beobachtet werden soll. Außerdem sollen alle beteiligten Zustände definierten Spin und definierte Parität besitzen. Zur Beschreibung der betrachteten Korrelation $A(a,b)B(\gamma)C$ wird im folgenden die Darstellung und Nomenklatur von Rybicki, Tamura und Satchler ¹⁰⁾ verwendet. Der doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt für die gleichzeitige Emission von b und γ unter bestimmten Winkeln läßt sich schreiben als

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_b d\Omega_\gamma} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\int_B^B \gamma C}{\int_B^B} \cdot W(\theta_b, \phi_b; \theta_\gamma, \phi_\gamma) \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega_b} \quad (1)$$

Die zusätzliche Information im Vergleich zum differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega_b$ ist also in der Winkelkorrelationsfunktion W enthalten. Diese läßt sich schreiben als ^{*})

$$W = \sum_{K Q} B_{KQ} (J_B) R_K (\gamma) C_{KQ} (\theta_\gamma, \phi_\gamma) \quad (2)$$

^{*}) siehe auch Anhang

Die Koeffizienten B_{KQ} sind bis auf Normierung die statistischen Tensoren $\mathcal{S}_{KQ}$ (siehe unten), die die Reaktion $A(a,b)B$ beschreiben:

$$B_{KQ}(J_B) = \mathcal{S}_{KQ}(J_B) / \mathcal{S}_{00}(J_B) \quad (3)$$

Sie sind definiert bezüglich einer Quantisierungsachse und abhängig vom Winkel des Ejektils b .

Die Koeffizienten $R_K(\gamma)$ sind die statistischen Tensoren der γ -Strahlung und beschreiben den Übergang $B(\gamma)C$. Sie sind definiert bezüglich der Emissionsrichtung des γ -Quants und sind Funktionen der Spins J_B und J_C und des Mischungsverhältnisses δ des γ -Überganges (Näheres siehe etwa bei Rose und Brink ¹¹).

Bei den Funktionen C_{KQ} handelt es sich um Kugelflächenfunktionen (als Spezialfall von Drehfunktionen), die die $R_K(\gamma)$ -Koeffizienten in die Richtung der Quantisierungsachse der B_{KQ} -Koeffizienten drehen.

Will man wie im vorliegenden Fall mit Teilchen- γ -Korrelationen nicht die Eigenschaften des γ -Zerfalls untersuchen, sondern nähere Information über den Ablauf der Reaktion $A(a,b)B$ erhalten, so interessieren vor allem die statistischen Tensoren $\mathcal{S}_{KQ}(J_B)$. Diese sind die "reduzierten" Formen der Dichtematrixelemente $\mathcal{S}_{M_B M_B'}$ des Zustandes J_B :

$$\mathcal{S}_{KQ}(J_B) = \sum_{M_B, M_B'} (-)^{J_B - M_B'} \langle J_B J_B M_B - M_B' | K Q \rangle \mathcal{S}_{M_B M_B'} \quad (4)$$

Die Dichtematrixelemente schließlich sind zusammengesetzt aus den Übergangsamplituden zwischen den magnetischen Unterzuständen im Eingangskanal (A,a) und im Ausgangskanal (B,b) :

$$\mathcal{S}_{M_B M_B'} = \sum_{m_a m_b M_A} x_{m_a M_A, m_b M_B}(\theta_b, \phi_b) x_{m_a M_A, m_b M_B}^*(\theta_b, \phi_b) \quad (5)$$

Diese i.a. komplexen Matrixelemente sind bei den hier interessierenden direkten Reaktionen die unmittelbaren Vergleichsgrößen zu den verwendeten Reaktionsmodellen *).

Aus den obigen Beziehungen ist direkt ersichtlich, daß bei Teilchen- γ -Winkelkorrelationen auch gemischte Terme von Übergangsamplituden zwischen verschiedenen Unterzuständen beitragen. D.h., es können Interferenzeffekte auftreten, die einen empfindlichen Test spezieller Annahmen der Reaktionsmodelle zulassen. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist bis auf Normierung gleich dem Tensor $\mathcal{J}_{00}$, ist also eine Summe von Betragsquadraten der Amplituden und liefert deshalb einen i.a. unempfindlicheren Test der Reaktionsmodelle als die Korrelationsdaten. In jedem Fall erhält man durch Korrelationsexperimente neue unabhängige Kombinationen der Amplituden, die unmittelbar mit den entsprechenden theoretischen Größen verglichen werden können. In günstigeren Fällen gelingt es, bei Korrelationsexperimenten die Übergangsamplituden nach Betrag und Phase einzeln zu extrahieren und mit den berechneten Amplituden zu vergleichen.

An dieser Stelle sei auf einen für die Winkelkorrelationstheorie wichtigen prinzipiellen Unterschied zwischen den Übergangsamplituden von Kernreaktionen und den Übergangsamplituden von Gamma-Strahlung hingewiesen. Bei γ -Übergängen ist die Einführung von reduzierten Matrixelementen mit Hilfe des Wigner-Eckart Theorems sinnvoll und zur Parametrisierung der Meßgrößen üblich. Bei Kernreaktionen ist dies vor allem wegen der i.a. sehr großen Zahl der Partialwellen, die zu den Übergangsamplituden beitragen, praktisch nicht möglich und physikalisch nicht sinnvoll. Deshalb ist hier ein Vergleich der experimentellen Übergangsamplituden zwischen den

*) Analysiert man dagegen etwa Compoundreaktionen im Rahmen der Hauser-Feshbach-Theorie, so liefert diese zunächst keine Übergangsamplituden zwischen magnetischen Unterzuständen. Auch hier kann jedoch nach statistischen Tensoren klassifiziert werden ¹²⁾.

magnetischen Unterzuständen mit den berechneten Amplituden, bei deren Bildung über die Partialwellen bereits aufsummiert wurde, die Stufe, auf der sich Theorie und Experiment am weitesten entgegenkommen (Näheres hierzu im Anhang C).

2. Spezialisierung der Theorie auf (α, α, γ) -Winkelkorrelationen an gg-Kernen

Wählt man die Quantisierungsachse senkrecht zu Reaktionsebene (und die x-Achse o. B. d. A. in Strahlrichtung), so gilt wegen der Reflexionssymmetrie zur Reaktionsebene das Bohr'sche Theorem ¹³⁾:

$$p_i \cdot e^{i(M_A + m_a)} = p_f \cdot e^{i(M_B + m_b)} \quad (6)$$

p_i und p_f sind die Produkte der Paritäten der Zustände im Eingangs- bzw. Ausgangskanal.

Betrachtet man speziell die inelastische Streuung von α -Teilchen an gg-Kernen zum ersten angeregten Zustand mit Spin $J_B = 2$ und anschließendem γ -Zerfall zum Grundzustand (also Spinfolge $0^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$), so gilt speziell:

$$p_i = p_f \quad \text{und}$$

$$m_a = m_b = M_A = 0$$

Dann folgt aus dem Bohr'schen Theorem $M_B = \text{gerade}$, d.h. es gibt nur drei Übergangsamplituden, nämlich $X_{M_B} = +2$, $X_{M_B} = 0$ und $X_{M_B} = -2$. Bei dem γ -Übergang $(2^+ \rightarrow 0^+)$

handelt es sich um reine E2-Strahlung (d.h. $\delta = 0$). Die $R_K(\gamma)$ -Koeffizienten sind in diesem Fall besonders einfach und exakt festgelegt (tabelliert etwa bei Rose und Brink ¹¹⁾).

Die Berechnung der Winkelkorrelationsfunktion nach den Gleichungen (1) - (5) des vorigen Abschnittes unter Zuhilfenahme der $R_K(\gamma)$ -Koeffizienten zeigt, daß für den Spezialfall reiner

E2-Strahlung zur Winkelkorrelationsfunktion in der Reaktionsebene nur die Übergangsamplituden X_{+2} und X_{-2} beitrugen *).

Setzt man $X_{+2} = |X_{+2}| e^{-i 4 \gamma_2}$ und $X_{-2} = |X_{-2}| e^{-i 4 \gamma_{-2}}$, so erhält man durch einfache Umformungen für die "inplane"-Korrelationsfunktion:

$$w(\theta_\gamma = 90^\circ, \phi_\gamma; \theta_\alpha = 90^\circ, \phi_\alpha) = \quad (7)$$

$$\frac{5}{4} \cdot (|X_{+2}| - |X_{-2}|)^2 + 4 |X_{+2}| \cdot |X_{-2}| \cdot \sin^2 2(\phi_\gamma - (\gamma_2 - \gamma_{-2})) \cdot \frac{1}{d\sigma/d\Omega_\alpha}$$

Verwendet man die Parametrisierung

$$w(\theta_\gamma = 90^\circ, \phi_\gamma) = A + C \sin^2 2(\phi_\gamma + \phi_2) \quad (8)$$

so liefert ein Koeffizientenvergleich

$$-\phi_2 = \gamma_2 - \gamma_{-2} \quad \text{und}$$

$$|X_{+2}|^2, |X_{-2}|^2 = \frac{1}{5} (\sqrt{A+C} \pm \sqrt{A})^2 \frac{d\sigma}{d\Omega_\alpha} \quad (9)$$

Eine Unterscheidung zwischen X_{+2} und X_{-2} ist ohne Beobachtung der Zirkularpolarisation der γ -Strahlung nicht möglich, da diese Matrixelemente in die obige Korrelationsfunktion vollkommen symmetrisch eingehen.

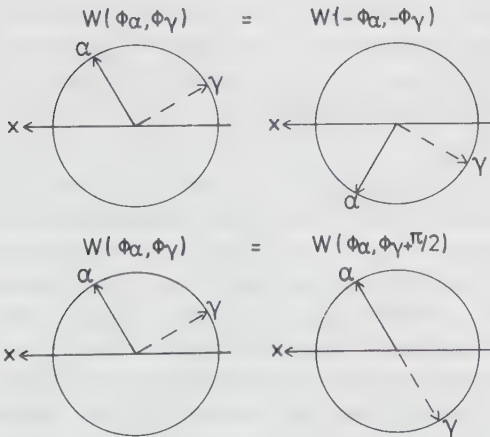
Der Betrag der Amplitude X_0 läßt sich unter Zuhilfenahme des differentiellen Wirkungsquerschnittes ermitteln:

*) Dies läßt sich auch unmittelbar aus der Charakteristik von E2-Strahlung erkennen. Für die Komponente mit $m = 0$ erhält man hier senkrecht zur Quantisierungsachse keinen Beitrag.

$$|x_0|^2 = \frac{d\sigma}{d\Omega_\alpha} - (|x_{-2}|^2 + |x_{+2}|^2) \quad (10)$$

Bei einer "out-of-plane"-Messung ließe sich neben dem Betrag der Amplitude X_0 auch deren Phase bestimmen. Dies unterblieb jedoch bei den vorliegenden Messungen, da sich kein Hinweis ergab, daß besonders diese Phase auf irgendeinen Parameter sensitizer wäre als die extrahierten Vergleichsgrößen.

Schließlich seien noch einige Symmetrien in der Winkelkorrelationsfunktion erwähnt, die beim Experiment auch ausgenutzt wurden. Wegen der Reflexionssymmetrie bezüglich der Reaktions-ebene und der Periodizität der Korrelationsfunktion mit $\pi/2$ bezüglich des γ -Winkels ergeben sich folgende Identitäten:



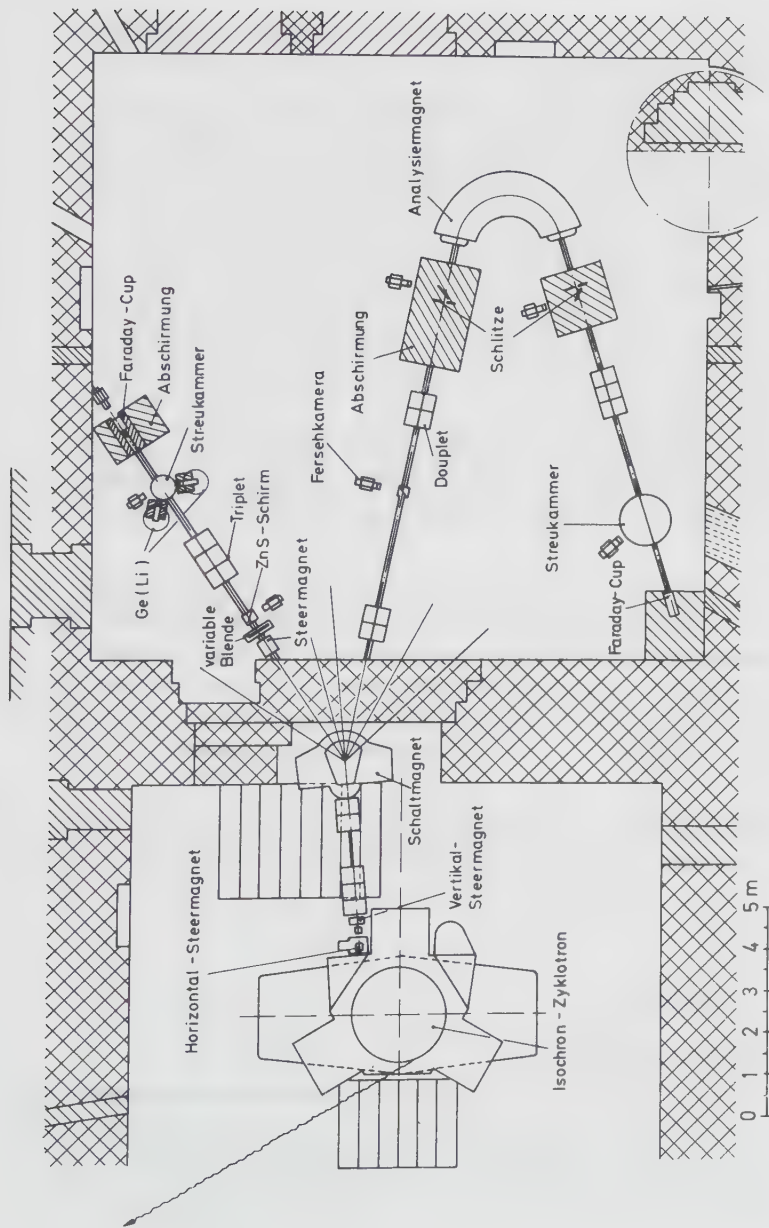
III. EXPERIMENT

A. Experimenteller Aufbau

1. Strahlführung

Die Messungen wurden am Isochron-Zyklotron des Kernforschungszentrums Karlsruhe durchgeführt. Es handelt sich hierbei um ein Festenergiezyklotron, das α -Teilchen von 104 MeV Energie liefert. Der Pulsabstand beträgt ca. 30 nsec, die Pulsbreite ungefähr 3 nsec, die Energieunschärfe des externen Strahles 300 - 400 keV. Weitere Daten der Maschine finden sich z.B. in Ref. ¹⁴⁾. Auf eine mögliche externe Energieanalyse des Strahles wurde bei den Korrelationsmessungen der vorliegenden Arbeit verzichtet, da diese in der Experimentierhalle hätte durchgeführt werden müssen. Dabei wäre ein wesentlicher Anteil der Strahlintensität auf die Schlitze des Analysiermagnets getroffen. Dies hätte zu einer für die Durchführung des Experimentes nicht tragbaren Erhöhung des γ -Untergrundes in der Experimentierhalle geführt.

Der Teilchenstrahl wurde bereits im internen Bereich des Zyklotrons durch eine Dee-Blende und durch optimale Wahl der Septumsspannung sorgfältig kollimiert. Die wesentlichen Teile der Strahlführung und des experimentellen Aufbaus sind in Figur 1 (oberes Strahlrohr) skizziert. Nach Durchlaufen eines Linsensystems wurde der Strahl mit Hilfe eines Schaltmagnets in die Experimentierhalle gelenkt. Dort durchlief er zunächst einen Steer-Magnet und eine Blende mit ferngesteuerten variablen Backen. Anschließend wurde er mit Hilfe eines Triplets auf den Ort des Targets fokussiert. Auf eine zunächst vorgesehene isolierte Blende am Kammereingang zur Überwachung des Strahlprofils wurde später verzichtet, um keine zusätzliche Untergrundstrahlung zu erzeugen. Der Strahl wurde also in der Experimentierhalle nahezu frei geführt. Gestoppt wurde der Strahl in einem sorgfältig mit Blei, Paraffin und Schwerbeton abgeschirmten Faraday-Cup, der zur Unterdrück-



Figur 1: Strahlführung

oberes Strahlrohr für Korrelationsmessung

unteres Strahlrohr für Wirkungsquerschnittsmessung

kung von Sekundärelektronen mit einem elektrostatischen Repeller versehen war.

Die Strahlfokussierung wurde mit Fernsehkameras kontrolliert. In der Experimentierhalle waren drei Kameras aufgebaut. Mit der ersten konnte das Strahlprofil auf einem ZnS-Schirm unmittelbar nach den variablen Blendenbacken am Eintritt des Strahlrohres in die Experimentierhalle betrachtet werden. Mit Hilfe der Blendenbacken wurden nur die Zonen außerhalb des Strahls gegenüber gestreuten und vagabundierenden Teilchen abgegrenzt, der Strahl jedoch nur minimal beschnitten, um die Untergrundstrahlung nicht zu erhöhen.

Eine zweite Kamera beobachtete einen ZnS-Schirm, der an den Ort des Targets gebracht werden konnte, um Gestalt und Lage des Fokusses im Kammermittelpunkt zu kontrollieren.

Um die Lage des Strahls auch während der Meßläufe überwachen zu können, war eine dritte Kamera auf das Ende des Strahlrohres gerichtet, welches durch eine mit ZnS beschichtete Glasscheibe abgeschlossen war. Der Faraday-Cup konnte mit Preßluft herausgeschossen werden, so daß die Lage des Strahlfleckes auf dem ZnS-Schirm beobachtet werden konnte.

Lage und Profil des Strahles erwiesen sich als sehr stabil, so daß ein Nachfokussieren nur äußerst selten erforderlich war.

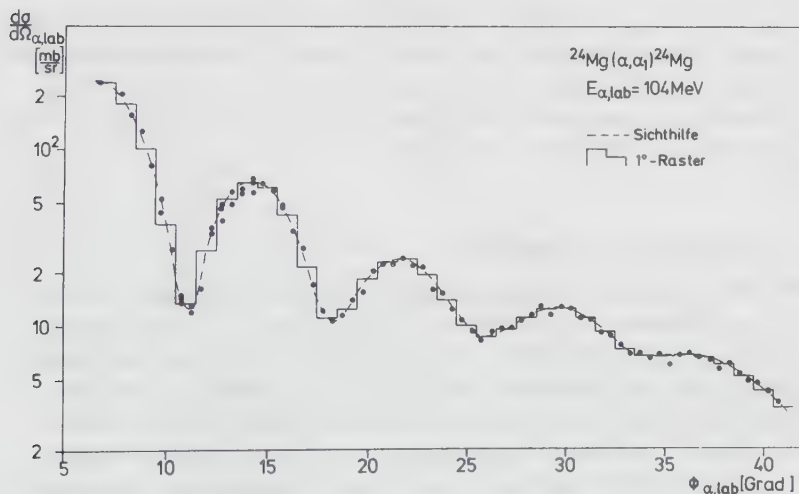
2. Detektoren

Teilchendetektoren

Teilchen- γ -Winkelkorrelationsmessungen verlangen wegen der Kleinheit des doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnittes große Raumwinkel und große Ansprechwahrscheinlichkeit der Detektoren.

Wegen der starken Diffraktionsstruktur im differentiellen Wirkungsquerschnitt mußte jedoch die Auflösung im Teilchenstreuungswinkel relativ gut sein. In Figur 2 ist der differentielle Wirkungsquerschnitt der interessierenden Reaktion $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1)$ im Diffraktionsbereich gezeigt. Man erkennt, daß eine totale Winkelauflösung von $\Delta\phi_\alpha = 1^\circ$ ausreichend ist, um die Strukturen auszumessen.

Diesen Forderungen wurde mit großflächigen Teilchendetektoren, deren Raumwinkel von schlitzförmigen Blenden begrenzt waren, Rechnung getragen. Für die Korrelationsmessungen wurden drei Si(Li)-Detektoren von $250 - 300 \text{ mm}^2$ aktiver Fläche (Firma TRACOR) und ein Si(Li)-Detektor von 100 mm^2 aktiver Fläche (Firma VALVO) von jeweils 5 mm Sperrschichttiefe verwendet. Die Energieauflösung der Detektoren betrug für 5 MeV α -Teilchen 30 - 50 keV.



Figur 2: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1)^{24}\text{Mg}$ bei 104 MeV Einschussenergie mit 1° -Raster

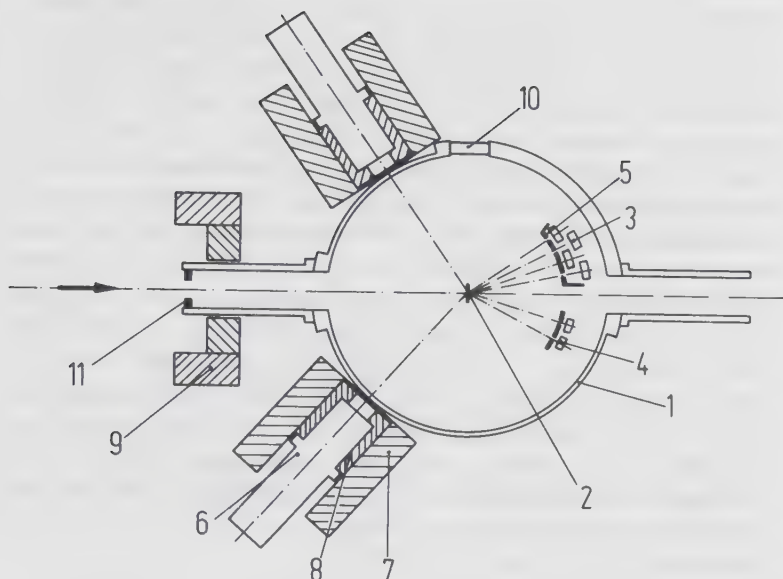
γ -Detektoren

Zum Nachweis der γ -Quanten wurden zwei Ge(Li)-Detektoren verwendet. Ge(Li)-Detektoren erwiesen sich bei den angestellten Vorversuchen NaI-Detektoren im direkten Vergleich überlegen. Die geringere Nachweiswahrscheinlichkeit der Ge(Li)-Detektoren wurde in Kauf genommen für eine bessere Energieauflösung und Verstärkungsstabilität. Die beiden letzt genannten Punkte waren von äußerster Wichtigkeit wegen des relativ hohen Untergrundes in den γ -Spektren, bedingt durch die hohe Einschußenergie, und der erforderlichen langen Meßzeiten. NaI-Detektoren hätten zwar höhere Zählraten aber wegen der schlechten Energieauflösung auch einen höheren Untergrundanteil geliefert, so daß die statistischen Fehler nicht wesentlich kleiner gewesen wären. Bei der Auswertung der Spektren hätten sich jedoch wegen der Instabilität der Verstärkung zusätzliche große Unsicherheiten bei der Untergrundsubtraktion ergeben.

Die hier bei den Messungen verwendeten koaxialen Ge(Li)-Detektoren (Firmen CANBERRA und ORTEC) waren auf den Kryostaten abgewinkelt angebracht. Sie hatten jeweils $\approx 45 \text{ cm}^3$ aktives Volumen und eine Energieauflösung von $\approx 2,5 \text{ keV}$ bzw. $\approx 5 \text{ keV}$ für die 1,33 MeV Linie aus ^{60}Co .

3. Meßkammer und Anordnung

Zur Messung der α - γ -Korrelation wurde eine Meßkammer von ca. 45 cm Durchmesser verwendet (Fig. 3), die in der Werkstatt des Erlanger Tandemlabors gebaut wurde. Die Größe der Kammer ergab sich als Kompromiß zwischen der geforderten kleinen Winkelauflösung und großen Winkelgenauigkeit der Teilchendetektoren und einem möglichst großen erreichbaren Raumwinkel für die γ -Detektoren. Die 4 Si(Li)-Detektoren zum Nachweis der α -Teilchen waren auf einer unter Vakuum drehbaren Platte gestaffelt angeordnet, um einen möglichst günstigen Winkelabstand zu erreichen. Als optimal erwies sich ein Winkelabstand von 8° zwischen zwei benachbarten Detektoren, da



- 1 Meßkammer
- 2 Target
- 3 Si(Li)-Detektoren
- 4 Monitor-Detektoren
- 5 Blenden der Teilchendetektoren
- 6 Ge(Li)-Detektoren
- 7 Bleiabschirmung der Ge(Li)-Detektoren
- 8 Bleikollimatoren der Ge(Li)-Detektoren
- 9 Bleiabschirmung
- 10 Glasfenster im Klammerkörper
- 11 isolierte Blende

Figur 3: Meßkammer und experimentelle Anordnung

dies etwa dem Diffraktionsabstand im Wirkungsquerschnitt entspricht (vgl. Fig. 2). So konnte eine nahezu gleichmäßige statistische Genauigkeit für alle Winkelpositionen bei minimaler Meßzeit erhalten werden. Die Winkelstellung der Detektoren konnte auf einer Gradeinteilung durch ein Fenster im Kammerdeckel abgelesen und von außen unter Vakuum verändert werden. Durch ein weiteres Fenster im Kammerkörper konnte mit Hilfe einer Fernsehkamera das Target beobachtet werden. Die schlitzförmigen Blenden der Teilchendetektoren waren in einem Abstand von 15 cm vom Target angebracht. Bei einer Breite der Schlitze von jeweils 2,5 mm entsprach das etwa einer totalen Winkelauflösung von $\approx 1^\circ$. Eine Schlitzhöhe von 8,5 - 17 mm ergab einen Raumwinkel von $\approx 0.6 \cdot 10^{-3}$ Sr bis $1.5 \cdot 10^{-3}$ Sr. Um ein möglichst gutes Zeitverhalten der Si(Li)-Detektoren zu erhalten, wurden sie auf etwa -70° C gekühlt. Zu diesem Zweck waren die Detektorgehäuse über Kupferbänder mit einem Cu-Bolzen verbunden, der durch den Kammerboden geführt war und in eine Mischung aus Trockeneis und Alkohol eintauchte.

Zur Kontrolle der Strommessung waren zwei weitere Si(Li)-Detektoren als Monitorzähler eingebaut.

Die beiden Ge(Li)-Detektoren zum Nachweis der γ -Quanten befanden sich außerhalb der Reaktionskammer, deren Wand deshalb in weiten Bereichen homogen nur 5 mm stark war. Die γ -Detektoren waren von zylindrischen Bleikollimatoren mit ca. 2 cm Wandstärke umgeben, die mit Hilfe von Dreharmlen in der Reaktionsebene zentrisch um die Kammer herumgeführt wurden. Hierdurch wurden die Winkelstellungen der γ -Detektoren festgelegt und konnten mit Hilfe einer Gradteilung auf dem Kammerdeckel abgelesen werden.

Die Kollimatoren waren zunächst mit einer 5 cm - 10 cm dicken Bleischicht umgeben. Auf diese Weise konnten die Ge(Li)-Detektoren weitgehend gegen Untergrundstrahlung abgeschirmt werden. Außerdem befand sich vor den Eintrittsfenstern der Detektoren noch eine 5 mm dicke Bleischicht.

Auf diese Weise konnte der Anteil der niederenergetischen γ -Strahlung, die vom Target in die γ -Detektoren gelangte, vergleichsweise niedrig gehalten werden, so daß eine größere effektive Zählratenbelastung der Ge(Li)-Detektoren im Bereich höherer γ -Energien möglich war.

Am Eingang der Kammer befand sich eine ca. 10 cm dicke Bleiabschirmung, um γ -Strahlung, die durch vagabundierende Teilchen im Strahlrohr erzeugt wurde, von den Ge(Li)-Detektoren fern zu halten.

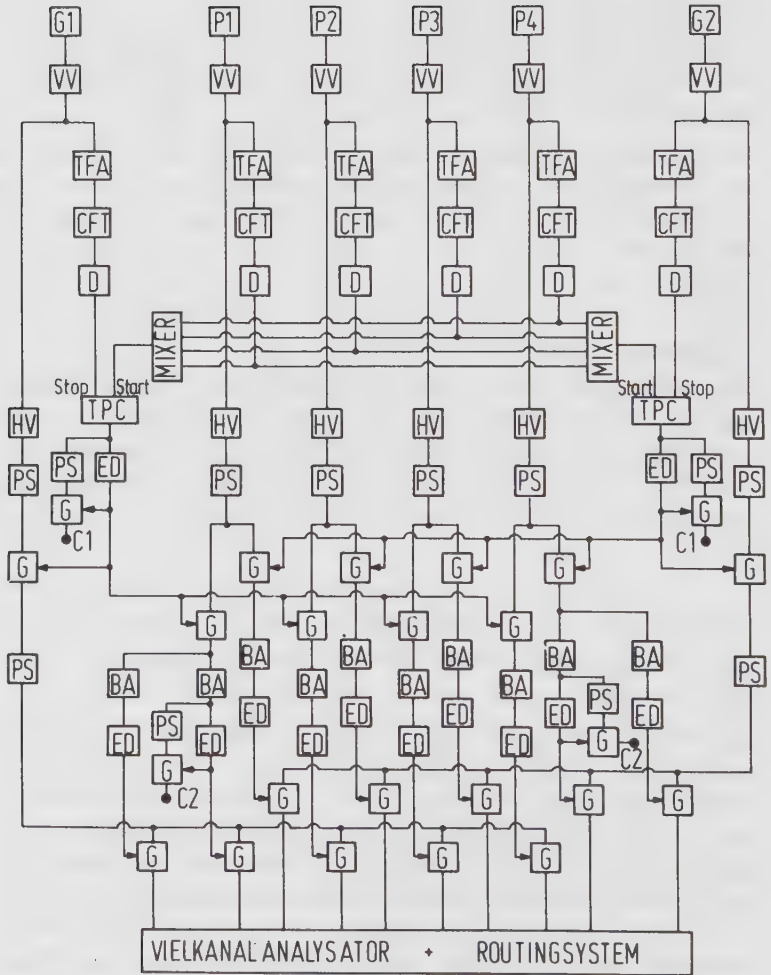
4. Target

Das Target bestand aus zwei aufeinanderliegenden selbsttragenden Folien (HARWELL), die zu $> 99,9\%$ mit dem Isotop ^{24}Mg angereichert waren. Die Flächendichte betrug $5,94 \text{ mg/cm}^2$ ($\hat{=} 1,50 \cdot 10^{20} \text{ Teilchen/cm}^2$). Das Target stand bei den Messungen unter 90° bzw. 110° zum Strahl.

5. Elektronik und Datenaufnahme

Der Aufbau der Elektronik ist aus dem Blockschaltbild (Fig. 4) ersichtlich.

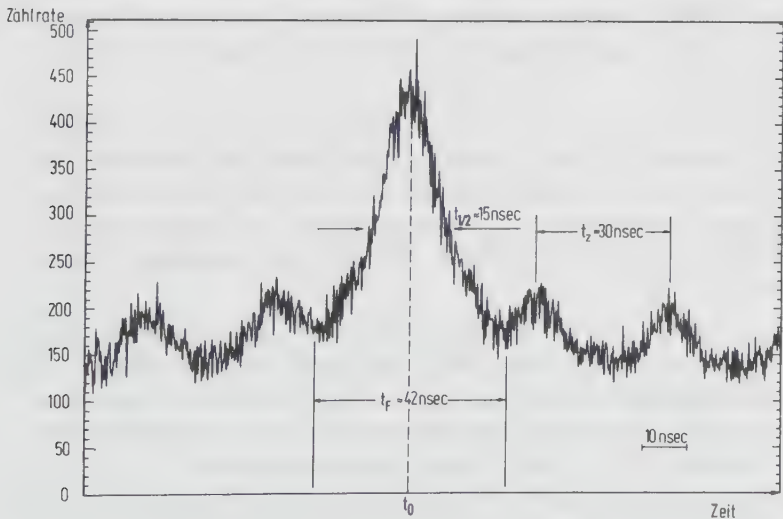
Die beiden Ge(Li)-Detektoren wurden jeweils in Koinzidenz zu den vier Si(Li)-Detektoren betrieben. Die Impulssignale wurden bei allen Detektoren mit ladungsempfindlichen Vorverstärkern (VV) abgenommen und an deren Ausgängen in je einen Energie- und einen Zeitkanal verzweigt. Die Zeitsignale wurden wegen der relativ großen Anstiegszeiten ($\approx 100 - 120 \text{ nsec}$) sowohl bei den Gamma- als auch den Teilchendetektoren jeweils in einem schnellen Filterverstärker (TFA) mit einer Zeitkonstanten von 200 nsec differenziert und anschließend auf einen Constant-Fraction-of-Pulse-Height-Trigger (CFT) gegeben. In früheren Arbeiten ¹⁵⁾ wurde gezeigt, daß diese Methode bei den hier auftretenden relativ großen Anstiegszeiten allen sonst üblichen Zeitbestimmungsmethoden überlegen ist. Die Zeitsignale aus den Teilchendetektoren



Figur 4: Blockschaltbild der Elektronik

wurden durch Kabel-Verzögerungen (D) zeitlich genau aufeinander abgeglichen, dann verzweigt und jeweils eine Hälfte über eine Mischstufe zusammengeführt und nach Durchlaufen eines Schwellendiskriminators (in Fig. 4 nicht eingezeichnet) auf die Start-Eingänge zweier Zeit-Amplituden-Konverter (TPC) gegeben. Als Stop-Signale für die beiden TPC's dienten jeweils die verzögerten Zeit-Impulse der Ge(Li)-Detektoren.

Koinzidente Ereignisse haben dann immer eine feste Zeitdifferenz t_0 , was im TPC-Spektrum zu einer "Linie" führt. Mit Hilfe eines Einkanaldiskriminators (ED) wurde ein Zeitfenster der Breite t_F gesetzt, indem alle "echten" koinzidenten Ereignisse liegen. Figur 5 zeigt ein typisches während der Messung entstandenes TPC-Spektrum. Deutlich ist eine periodische Struktur zu erkennen, die der natürlichen Pulsung des Zyklotrons (Pulsabstand 30 nsec) entspricht. Die Ausgangsimpulse der Einkanaldiskriminatoren steuerten lineare Torstufen (G) auf, auf deren Analog-Eingänge jeweils die durch Hauptverstärker (HV)



Figur 5: Typisches Spektrum eines der beiden Zeit-Amplituden-Konverter (TPC)

und Puls-Stretcher (PS) geformten und verzögerten Energiesignale der Teilchen- und γ -Detektoren gegeben wurden.

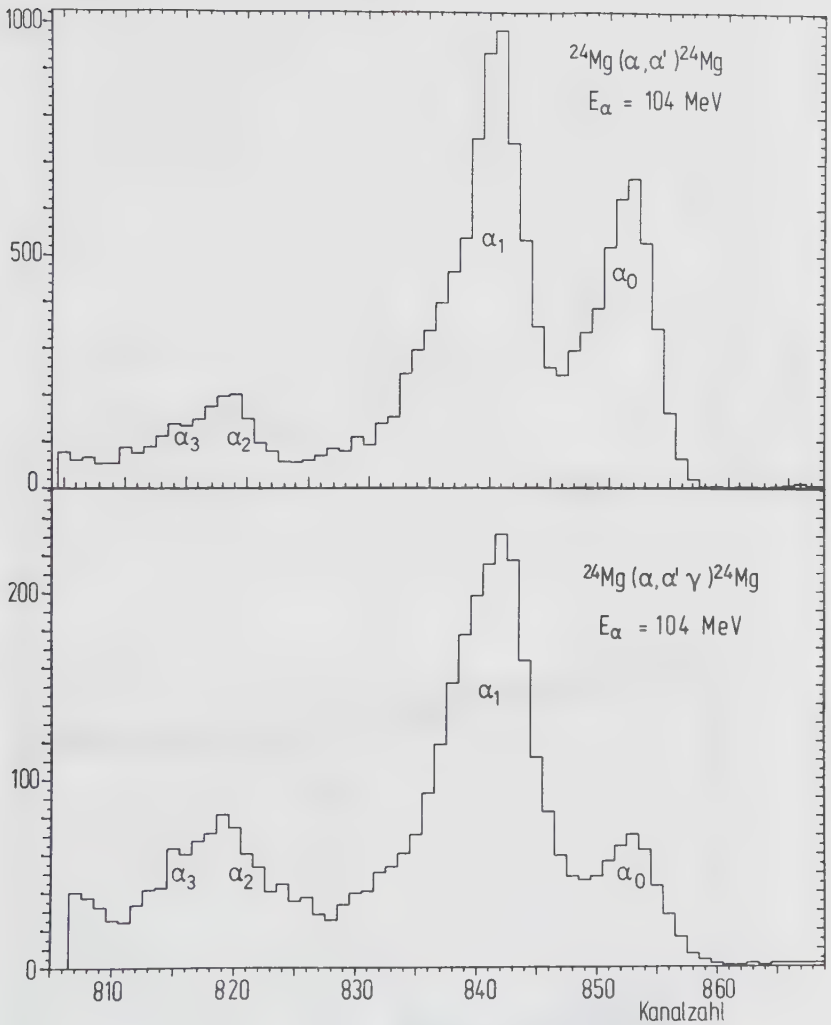
Für eine geeignete zweidimensionale Datenaufnahme (wie etwa in Ref. ²⁾ beschrieben) bestand in Karlsruhe keine Möglichkeit. Deshalb wurden durch eine zweite Koinzidenzbedingung solche Ereignisse herausgefiltert, bei denen Gleichzeitigkeit zwischen der inelastischen α -Streuung zum ersten angeregten Zustand und einem γ -Quant bestand. Zu diesem Zweck wurden die Impulse aus den Torstufen der Teilchendetektoren über Biased-Amplifier (BA) geführt, um die Spektren zu dehnen. Anschließend wurde mit Hilfe von Einkanaldiskriminatoren auf die α_1 -Linie jedes Teilchenspektrums ein Fenster gesetzt. Mit den Ausgangsimpulsen dieser Einkanaldiskriminatoren wurden weitere lineare Torstufen aufgesteuert, auf die die zeitlich abgeglichenen γ -Impulse, die die erste Koinzidenzbedingung erfüllt hatten, gegeben wurden. Die Ausgangsimpulse dieser Torstufen lieferten 2×4 γ -Spektren, koinzident zu den α_1 -Linien der einzelnen Teilchendetektoren.

Diese acht γ -Spektren wurden auf einen Vielkanaldiskriminator mit 4096 Kanälen gegeben, dem ein Routingsystem vorschaltet war.

Figur 6 zeigt einen Ausschnitt aus einem typischen "freien" Teilchenspektrum (ohne Koinzidenzbedingung) im Vergleich mit dem zugehörigen Teilchenspektrum nach der ersten Koinzidenzbedingung (koinzident zum gesamten γ -Spektrum. Deutlich ist die Unterdrückung der α_0 -Linie im Koinzidenzspektrum zu erkennen.

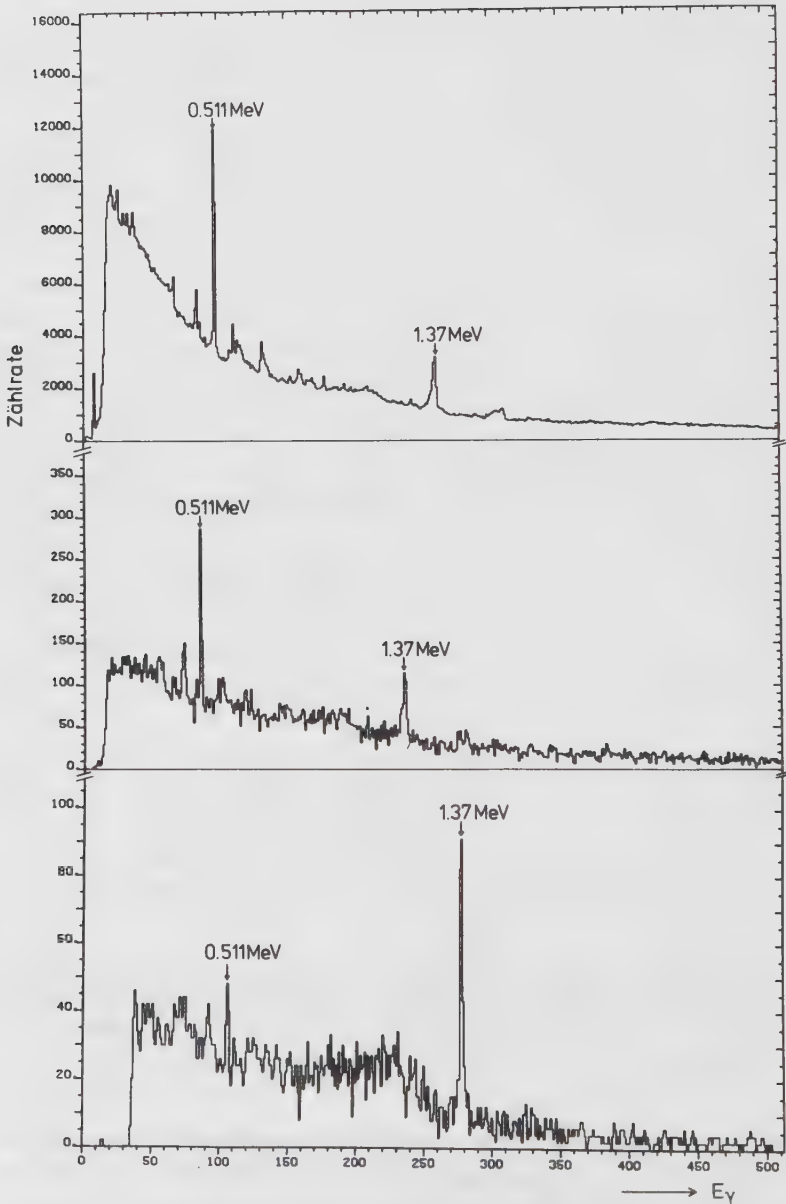
Figur 7 zeigt im Vergleich das "freie" γ -Spektrum eines der beiden Ge(Li)-Detektoren, das γ -Spektrum nach der ersten Koinzidenzbedingung (koinzident zu allen vier α -Spektren) und ein zugehöriges γ -Spektrum nach der zweiten Koinzidenzbedingung (koinzident zur α_1 -Linie eines Teilchenspektrums).

Die Unterdrückung der 511 keV-Untergrundlinie nach der zweiten Koinzidenzbedingung im Vergleich zum freien Spektrum ist ein Maß für die Güte der Koinzidenz, d.h. für die Unterdrück-



Figur 5: oben: "Freies" Teilchenspektrum (ohne Koinzidenzbedingung)

unten: Zugehöriges Teilchenspektrum nach der ersten Koinzidenzbedingung



Figur 7: oben: "Freies" γ -Spektrum (ohne Koinzidenzbedingung)
mitte: Zugehöriges γ -Spektrum nach der ersten Koinzidenzbedingung
unten: Eines der zugehörigen γ -Spektren nach der zweiten Koinzidenzbedingung

kung von zufälligen Koinzidenzen. Beim gezeigten Spektrum ist die Zählrate in der 511 keV Linie etwa auf ein 1/16 im Vergleich zum freien Spektrum reduziert. Dies ist ein typischer Wert für die durchgeführten Messungen. Lediglich bei extrem kleinen α -Streuwinkeln war dieses Verhältnis deutlich größer (vgl. Kap. III, B.2.).

B. Ablauf der Messungen - die Meßgrößen

1. Kontrolle des Experimentes

Bei langen Meßzeiten - im vorliegenden Fall für die Messung einer Winkelstellung der Detektoren etwa 8 - 10 Stunden - muß damit gerechnet werden, daß sowohl der α -Strahl als auch die Nachweiselektronik Instabilitäten zeigen.

Überwachung der Strahlqualität

Ein Wandern des Strahlfleckes auf dem Target hätte wegen der geforderten Winkelgenauigkeit zu unkontrollierbaren Fehlern bei den Messungen geführt. Um dies zu erkennen, wurde die Lage des Strahles während des laufenden Experimentes kontrolliert. Hierzu wurde, wie in Abschnitt III, A.1 beschrieben, der ZnS-Schirm am Ende des Strahlrohres benutzt. Die regelmäßigen Kontrollen, bei denen der Faraday-Cup kurzzeitig ($\approx 1 - 2$ sec) herausgeschossen wurde, ergaben eine sehr stabile Lage des Strahles.

Als weiterer sehr empfindlicher Test für die Strahlqualität erwies sich die Totalzählrate der Ge(Li)-Detektoren. Diese wurde an den CFT's abgenommen und auf ein Ratemeter gegeben. Sobald das Strahlprofil in der Experimentierhalle nur minimal schlechter wurde, d.h. der Strahl z.B. intern zu wenig beschnitten wurde und infolgedessen mehr an den Blendenbacken in der Experimentierhalle anstriefte, stieg diese Zählrate sofort sprunghaft an. Dies kam jedoch nur äußerst selten vor. In keinem dieser Fälle hatte sich dabei die Lage des Strahles merklich geändert.

Überwachung der Elektronik

Um Veränderungen bei Verstärkungsfaktoren oder Schwellen zu erkennen, die bei Langzeitmessungen z.B. als Folge von Temperatureinflüssen auftreten können, wurden die entscheidenden Teile der Elektronik ständig kontrolliert. Zu diesem Zweck waren in die Aufnahmeelektronik mehrere Kontrollpunkte eingebaut. So wurden die Eingrenzungen der TPC-Linien mit Hilfe einer "Selbstkoinzidenzschaltung" "on-line" überwacht (C 1 in Figur 4), ebenso die Einstellungen der CFT's aller Detektoren. In regelmäßigen Abständen wurden außerdem die "Fenster" kontrolliert, die mit Hilfe der Einkanaldiskriminatoren auf die α_1 -Linien (bzw. α_0 -Linien) der einfach koinzidenten Teilchenspektren gesetzt wurden (C 2 in Fig. 4).

Der Meßwert des Targetstromintegrators wurde zur Kontrolle mit den Zählraten der beiden Monitordioden verglichen. Es ergab sich sehr gute Übereinstimmung (Abweichungen $< 1 \%$).

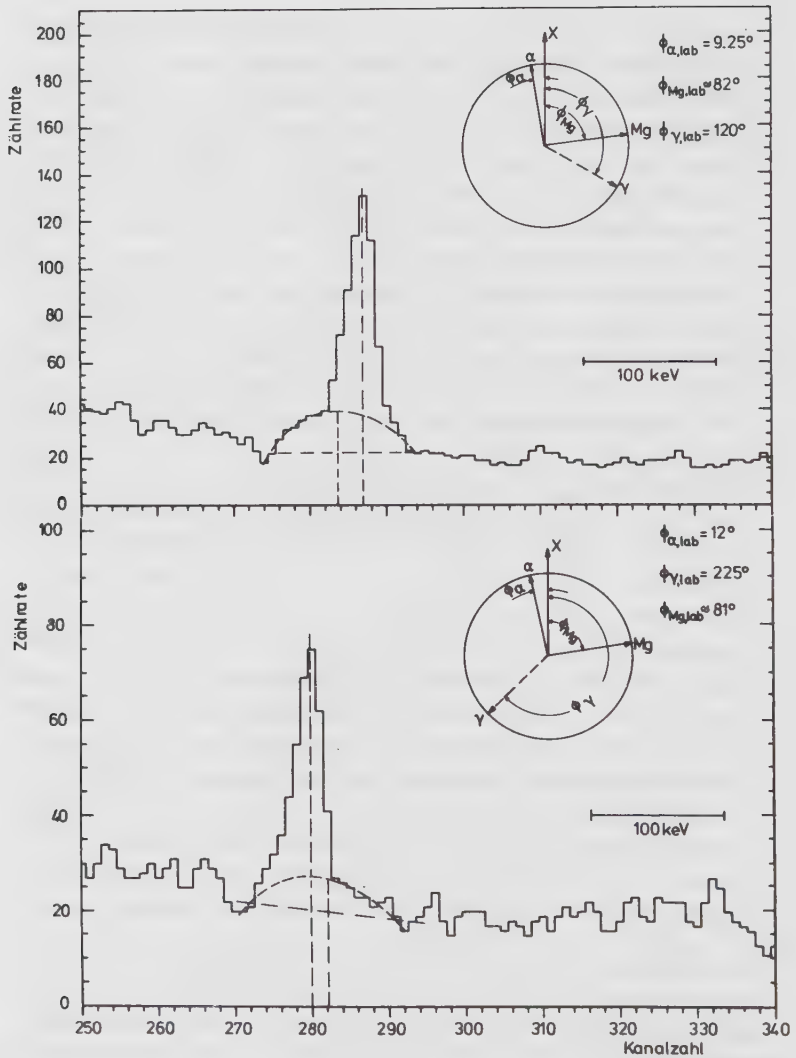
2. Zufällige Koinzidenzen

Um den Anteil der zufälligen Koinzidenzen zu bestimmen, wurden simultan drei verschiedene Methoden benutzt:

- 1) Neben den 8 "eentlichen" γ -Spektren, die als zweite Koinzidenzbedingung die Koinzidenz zur jeweiligen α_1 -Linie erfüllten, wurde für beide Ge(Li)-Detektoren noch je ein γ -Spektrum analysiert, für das als 2. Koinzidenzbedingung die Koinzidenz zur α_0 -Linie gewählt wurde. Zu dieser Methode vgl. z.B. Ref. ¹⁶⁾. Die Bestimmung des Anteils der zufälligen Koinzidenzen in den restlichen 6 Spektren ergibt sich dann durch Normierung auf den Wirkungsquerschnitt.
- 2) Das Verhältnis der Zählraten der 511 keV-Linien in den verschiedenen Koinzidenzspektren liefert das Verhältnis der zufälligen Koinzidenzen bei den verschiedenen Spektren. Der Absolutwert läßt sich dann ermitteln durch Anpassung bei einem Spektrum an den mit Methode 1) oder 3) gewonnenen Wert.

- 3) Durch Entfaltung der 1,37 MeV-Linie in den koinzidenten γ -Spektren. Als Folge der hohen Einschubenergie der α -Teilchen tritt bei den prompten γ -Quanten eine Dopplerverschiebung auf, die sich im freien γ -Spektrum und bei den zufällig koinzidenten γ -Quanten in einer sichtbaren Linienverbreiterung bemerkbar macht. Bei den echten Koinzidenzen liegen definierte Winkel zwischen Projektil, Ejektil, Restkern und γ -Quant vor, so daß sich keine Linienverbreiterung, sondern höchstens eine Linienverschiebung ergibt. Bei Messungen, bei denen die Energieauflösung im γ -Zweig gut genug war und genügend Zählrate in der 1,37 MeV-Linie vorhanden war, konnte deshalb der Anteil der zufälligen Koinzidenzen aus der Linienform direkt abgelesen werden. Figur 8 zeigt zwei Beispiele. Die Spektren gehören zu Messungen, bei denen der Teilchenwinkel $\phi_{\alpha, \text{Lab}} = 9,25^\circ$ bzw. $12,0^\circ$ war. Bei diesen extremen Vorwärtswinkeln war die Energieauflösung im Teilchenkanal so schlecht (hohe Zählrate, $\frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha_0}} \gg \frac{d\sigma}{d\Omega_{\alpha_1}}$), daß im Fenster der α_1 -Linie ein erheblicher Anteil der α_0 -Linie mit enthalten war. Deshalb ist bei diesen Beispielen der Anteil der zufälligen Koinzidenzen besonders groß (bis zu ca. 50 % der echten Ereignisse). Diese Beispiele sind deshalb nicht typisch, zeigen jedoch die Methode relativ gut. Deutlich ist der dopplerverbreiterte Anteil der zufälligen Koinzidenzen zu erkennen, auf dem die Linie der "echten" Koinzidenzereignisse sitzt. Die Größe der Dopplerverbreiterung der "zufälligen Linie" und die Lage der echten Linie befinden sich in guter Übereinstimmung zu den berechneten Werten.

Im allgemeinen betrug der Anteil der zufälligen koinzidenten Ereignisse weniger als 5 - 10 % (bei Teilchenwinkeln im Vorwärtsbereich wegen der hohen Zählrate und des ungünstigen Verhältnisses von σ_0 zu σ_1 im allgemeinen mehr als bei Rückwärtswinkeln).



Figur 8: Zwei Beispiele für die Dopplerverbreiterung der γ -Linie der zufällig koinzidenten Ereignisse und die Dopplerverschiebung der γ -Linie der "echten" Koinzidenzereignisse des Überganges $1.37 \text{ MeV} \rightarrow 0.00 \text{ MeV}$

3. Messung der Winkelkorrelationsfunktion

Die Winkelkorrelationsfunktion W ist definiert als

$$W(\theta_\alpha, \phi_\alpha; \theta_\gamma, \phi_\gamma) = 4\pi \cdot \frac{\int_{\gamma_C}^B \frac{d^2\sigma}{d\Omega_\alpha d\Omega_\gamma}(\theta_\alpha, \phi_\alpha; \theta_\gamma, \phi_\gamma)}{\frac{d\sigma}{d\Omega_\alpha}(\theta_\alpha, \phi_\alpha)} \quad (1)$$

Im vorliegenden Fall gilt für das Verzweungsverhältnis $\frac{\int_{\gamma_C}^B}{\int_B} = 1$. Nach (1) kann durch Messung des absoluten differentiellen und Messung des absoluten doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnittes die Funktion W gewonnen werden.

Bei der vorliegenden Messung wurde etwas anders vorgegangen:

Der absolute differentielle Wirkungsquerschnitt ist definiert durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\alpha} = \frac{N}{j \cdot N_F \cdot d\Omega_\alpha} \quad (2)$$

N = Ereignisse in der entsprechenden Teilchenlinie

j = Anzahl der einfallenden Teilchen

$d\Omega_\alpha$ = Raumwinkel des Teilchendetektors

N_F = Flächendichte des Targets

Der absolute doppelt-differentielle Wirkungsquerschnitt ist definiert als

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\alpha d\Omega_\gamma} = \frac{N_{\text{coi}}}{j_{\text{coi}} \cdot N_F \cdot d\Omega_\alpha \cdot \varepsilon_{\text{ph}} \cdot d\Omega_\gamma} \quad (3)$$

N_{coi} = Anzahl der Koinzidenzereignisse
(in der entsprechenden Photolinie)

j_{coi} = Anzahl der einfallenden Teilchen

ε_{ph} = Photonachweiswahrscheinlichkeit des γ -Detektors für die entsprechende Energie

$d\Omega_\gamma$ = Raumwinkel des γ -Detektors

Setzt man die Ausdrücke (2) und (3) in (1) ein, so erhält man

$$W = \frac{4\pi}{\epsilon_{\gamma} \cdot d\Omega_{\gamma}} \cdot \frac{N_{\text{coi}}}{N} \cdot \frac{j}{j_{\text{coi}}} \quad (4)$$

Das Experiment wurde daher so ausgeführt, daß nach jeder Koinzidenzmessung ohne jegliche Veränderung das zugehörige freie Teilchenspektrum mit einem definierten Teilchenstrom j aufgenommen wurde.

Auf diese Weise wurden systematische Fehler bei der Bestimmung der Raumwinkel der Teilchendetektoren, der Absolutmessung des Stromes und der Targetdicke, sowie eine relative Winkelungenauigkeit zwischen einfach und doppeltdifferentiellem Wirkungsquerschnitt bei der Bestimmung der Korrelationsfunktion W ausgeschlossen.

Das Produkt aus Photonachweiswahrscheinlichkeit und Raumwinkel ($\epsilon_{\gamma} \cdot d\Omega_{\gamma}$) des γ -Detektors wurde mit Hilfe von Eichpräparaten ermittelt, die an den Ort des Targets gebracht wurden.

Die absolute Winkellage der Korrelationsfunktion W wurde durch Vergleich des (relativen) differentiellen Wirkungsquerschnittes mit einer unabhängigen Messung (siehe nächstes Kapitel) mit einer Genauigkeit von $\approx 0,2^{\circ}$ festgelegt.

Bei den Koinzidenzmessungen wurden Ströme von ungefähr 20 nA verwendet. Wesentlich größere Ströme waren wegen der Belastung der Ge(Li)-Detektoren nicht möglich.

4. Absolut-Messung des differentiellen Wirkungsquerschnittes

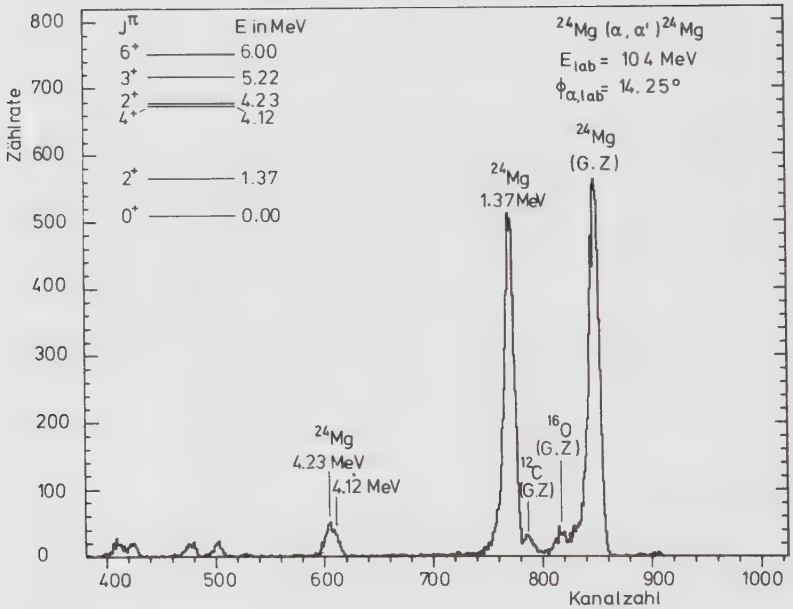
Um mit Hilfe der Winkelkorrelationsfunktion W den absoluten doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnitt und die individuellen Übergangsamplituden extrahieren zu können, ist eine zusätzliche Kenntnis des absoluten differentiellen Wirkungsquerschnittes erforderlich. Um die systematischen Fehler bei der Bestimmung möglichst klein zu halten und eine große Win-

kelgenauigkeit zu erreichen, wurde eine zusätzliche unabhängige Messung des differentiellen Wirkungsquerschnittes vorgenommen.

Die Messung erfolgte am energieanalysierten Strahl des Zyclotrons. Die Strahlführung ist in Figur 1 (unteres Strahlrohr) skizziert. Mit Hilfe eines 150° -Analysiermagneten wurde die Energieunschärfe von 300 - 400 keV auf 50 - 100 keV heruntergedrückt. Die Streukammer, die einen Durchmesser von 130 cm besitzt, war mit 4 Zählerteleskopen, bestehend aus je zwei 2 mm dicken Oberflächensperrschichtdetektoren, bestückt. Die totale Energieauflösung dieser Anordnung einschließlich kinematischer Energieverschmierung betrug ≈ 150 keV. Die Detektoren befanden sich in einem Winkelabstand von jeweils $1,5^\circ$. Mit Hilfe von kreisförmigen Blenden wurden die Raumwinkel auf $\approx 2,1 \cdot 10^{-5}$ sr festgelegt. Gemessen wurde in Halbgrad-Schritten von $6,75^\circ$ bis $41,25^\circ$ im Laborsystem. Die absolute Winkellage wurde mit Hilfe einer Links-Rechts-Messung mit einer Genauigkeit von $< 0,1^\circ$ festgelegt.

Figur 9 zeigt ein typisches Spektrum dieser Messung. Einzelheiten über Strahlführung und Meßkammer sind z.B. in Ref. ¹⁷⁾ beschrieben.

Ein Vergleich mit einer früheren Messung ⁶⁾ ergab gute Übereinstimmung im Verlauf des Wirkungsquerschnittes, im Absolutwert ergab sich eine konstante Abweichung zu größeren Werten. Die Diskrepanzen erklären sich aus einem Normierungsfehler bei der Auswertung der älteren Messung. Nach Berücksichtigung dieses Fehlers ergibt sich auch im Absolutwert gute Übereinstimmung zwischen den beiden Messungen.

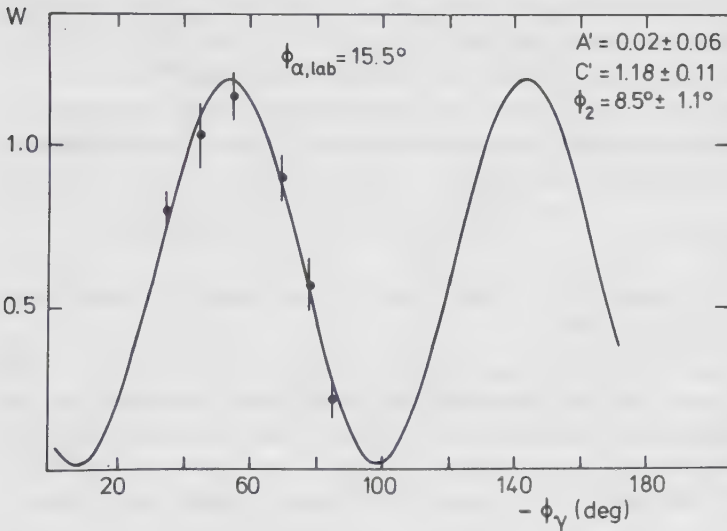


Figur 9: Typisches Spektrum der Messung des differentiellen Wirkungsquerschnittes der Reaktion $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha') ^{24}\text{Mg}$ bei 10.4 MeV Einschüßenergie am energieanalysierten Strahl

IV. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

1. Die experimentellen Korrelationsgrößen

Die Winkelkorrelationsfunktion W wurde, wie in Abschnitt III, B.3 beschrieben, für insgesamt 21 Teilchenwinkel im Bereich $6,5^\circ \lesssim \theta_{\alpha, \text{Lab}} \lesssim 35^\circ$ bei jeweils 6 Stellungen des γ -Detektors gemessen. In Figur 10 ist als Beispiel die experimen-



Figur 10: Experimentelle Winkelkorrelationsfunktion in Abhängigkeit vom γ -Winkel bei festem Teilchenwinkel mit zugehörigem Least-Square-Fit

telle Winkelkorrelationsfunktion in Abhängigkeit vom γ -Winkel für einen festen Teilchenwinkel ($\theta_{\alpha, \text{Lab}} = 15,5^\circ$) gezeigt. Diese Abhängigkeit $W(\phi_\gamma)$ läßt sich - wie in Kap. II.2 beschrieben - in der Form $W(\phi_\gamma) = A + C \sin^2 2(\phi_\gamma + \phi_2)$ parametrisieren. Zunächst wurden mit Hilfe eines Least-Square-Fits experimentelle Parameter A' , C' und ϕ_2' gewonnen. Die zugehörige Kurve ist in Figur 10 mit eingezeichnet. Die Parameter A' ,

C' und ϕ_2' wurden anschließend nach einem in Ref. ¹⁸⁾ näher erläuterten Verfahren auf die endlichen Öffnungswinkel der Detektoren korrigiert. Eine Korrektur in Θ Richtung wird hierbei unterlassen. Zwar trägt für $\Theta_\gamma \neq 90^\circ$ zur Winkelkorrelationsfunktion auch das Matrixelement X_0 bei, so daß die Winkelkorrelationsfunktion streng genommen dann 5 Parameter enthält; da die Zusatzterme jedoch proportional zu $\cos^2 2\Theta_\gamma$ bzw. $\cos^4 \Theta_\gamma$ sind, wie aus einer in Ref. ¹⁰⁾ beschriebenen exakten Korrekturformel entnommen werden kann, liefern sie bei den vorliegenden Öffnungswinkeln nur sehr kleine Korrekturen. Abschätzungen ergaben, daß diese gegenüber den statistischen Fehlern der extrahierten Korrelationsgrößen vernachlässigbar sind.

Die Korrektur in ϕ -Richtung erfolgt durch Integration über den Öffnungswinkel des γ -Detektors. Man erhält für die korrigierten Größen A, C und ϕ_2

$$\phi_2 = \phi_2' , \quad C = C'/F \quad \text{und} \quad A = A' - C'/2 (1/F - 1)$$

wobei $F = (\sin 4\Delta\varphi) / 4\Delta\varphi$ und $\Delta\varphi$ der halbe Öffnungswinkel des γ -Detektors ist.

Die Phase ϕ_2 bleibt damit unbeeinflusst, die Amplitude C' wird vergrößert und der konstante Beitrag A' wird reduziert. Im vorliegenden Fall folgt aus $\Delta\varphi \approx 4^\circ$ für F ein Wert von $F \approx 0.99$, so daß sich nur eine geringe Korrektur der Größen C' und A' ergibt und die Fehler dieser Korrekturen äußerst klein sind.

Aus den korrigierten Größen A und C lassen sich dann unter Zuhilfenahme des differentiellen Wirkungsquerschnittes die Beträge der einzelnen Übergangsamplituden X_{+2} , X_0 und X_{-2} bestimmen (vgl. Kap. II, 2), wobei eine Entscheidung zwischen X_{+2} und X_{-2} ohne Messung der Zirkularpolarisation der γ -Strahlung nicht möglich ist:

$$|X_{-2}|^2 \quad \text{oder} \quad |X_{+2}|^2 = 1/5 \quad (\sqrt{A+C} \pm \sqrt{A})^2 \quad \frac{d\sigma}{d\Omega_\alpha}$$

$$|X_0|^2 = \frac{d\sigma}{d\Omega_\alpha} - (|X_{+2}|^2 + |X_{-2}|^2)$$

Zum Vergleich mit Modellvorhersagen stehen dann neben dem differentiellen Wirkungsquerschnitt die Korrelationsgrößen A , C und ϕ_2 und die Beträge der individuellen Amplituden zur Verfügung, wobei jedoch nicht alle Größen unabhängig voneinander sind. Die gesamte Information, die bei dem vorliegenden Experiment über den Ablauf der untersuchten Kernreaktion gewonnen werden kann, ist einerseits in der Phase ϕ_2 und den Beträgen der einzelnen Übergangsamplituden, andererseits aber auch in der Phase ϕ_2 , den Größen A und C und dem differentiellen Wirkungsquerschnitt enthalten. Wie in den folgenden Kapiteln gezeigt wird, ist es manchmal günstiger, nicht die Übergangsamplituden mit theoretischen Ergebnissen zu vergleichen, sondern die Größen A und C . Es gibt Effekte, die sich auf die einzelnen Übergangsamplituden nahezu gleich verteilen, sich aber z.B. in der Größe C aufsummieren (konstruktiv interferieren), so daß diese Größe für einen Vergleich mit den Modellvorhersagen besonders gut geeignet ist.

2. CC-Analysen

a) Die CC-Methode

Allgemeines

Ausführliche Darstellungen der Methode der gekoppelten Kanäle zur Analyse von Kernreaktionen finden sich z.B. bei Austern¹⁹⁾ und Tamura²⁰⁾. Hier seien aus diesen Darstellungen nur kurz die Prinzipien des Verfahrens und die Anwendung bei der Analyse der inelastischen Streuung von Spin-0-Teilchen mit Hilfe des Modells des starren Rotators angegeben.

Wir nehmen an, daß N_s Targetzustände existieren, die "stark" an den Grundzustand gekoppelt sind durch ein Wechselwirkungspotential V_{Coupl} . Der n-te Zustand sei gekennzeichnet durch Spin I_n , Parität π_n und Energie ω_n . Wenn E_1 die Energie des Projektils ist, so ist $E_n = E_1 - \omega_n$ die Energie des Ejektils, wenn der Targetkern im Zustand n zurückbleibt. Betrachtet man die Schrödingergleichung des Gesamtsystems: $H \Psi = E_1 \Psi$ (1), so läßt sich der Hamiltonoperator schreiben als $H = T + H_t + V(r, \theta, \phi)$, wobei sich das Potential in V_{diag} und V_{Coupl} aufspalten läßt; T ist die kinetische Energie des Projektils, H_t der Hamiltonian der internen Bewegung des Targetkernes.

Nimmt man den n-ten Zustand des Targetkernes (beschrieben durch $\chi_{I(n)}$), führt eine Partialwellenentwicklung nach dem Bahndrehimpuls l_n des Projektils durch und koppelt I_n mit l_n zu scharfem "Kanalspin" J mit Projektion M, so läßt sich die Gesamtwellenfunktion nach diesem orthogonalen System von Kanalfunktionen entwickeln *):

$$\Psi = r^{-1} \sum_{JM} A_{JM} \sum_n R_{Jn} l_n(r) \left[(i^{l_n} Y_{l_n}(\hat{r})) \times \chi_{I(n)} \right]_{JM}$$

*) Berücksichtigt (koppelt) man nur zwei oder drei Kernzustände, so gibt es nur eine begrenzte Anzahl N_c von Kombinationen $I(n), l_n$, die sich zu vorgegebenem J koppeln lassen.

$R_{J n l_n}(r)$ beschreibt hier die Relativbewegung zwischen Projektil und Target.

Setzt man diese Entwicklung in (1) ein, multipliziert von links abwechselnd mit allen $[(i^{l_n} Y_{l_n}(r)) \times \chi_{I(n)}]_{JM}^*$ und integriert über alle Koordinaten außer über die Radialvariable r , so erhält man wegen der Orthonormalität der Kanalfunktionen ein System von gekoppelten Differentialgleichungen der Form

$$\left\{ k_n^2 + \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l_n(l_n+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} [(l_n, I_n)_{JM} | V_{\text{diag}} | (l_n, I_n)_{JM}] \right\} R_{J n l_n}(r) =$$

$$= \frac{2\mu}{\hbar^2} \sum_{n' l'_n}^1 [(l_n, I_n)_{JM} | V_{\text{Coup1}} | (l'_n, I'_n)_{JM}] R_{J n' l'_n}(r) \quad (2)$$

mit $[(l_n, I_n)_{JM} | V_{\text{diag}} | (l_n, I_n)_{JM}] =$

$$= \left\langle \left[i^{l_n} Y_{l_n}(\hat{r}) \times \chi_{I(n)} \right]_M^J \mid V_{\text{diag}} \mid \left[i^{l_n} Y_{l_n}(\hat{r}) \times \chi_{I(n)} \right]_M^J \right\rangle$$

und $[(l_n, I_n)_{JM} | V_{\text{Coup1}} | (l'_n, I'_n)_{JM}] =$

$$= \left\langle \left[i^{l_n} Y_{l_n}(\hat{r}) \times \chi_{I(n)} \right]_M^J \mid V_{\text{Coup1}} \mid \left[i^{l'_n} Y_{l'_n}(\hat{r}) \times \chi_{I(n')} \right]_M^J \right\rangle$$

$\sum^1$ bedeutet, daß die Summe keinen Term mit $l_n = l'_n$ und $n = n'$ enthält.

Bei der Methode der gekoppelten Kanäle wird nun dieses System von N_c gekoppelten Differentialgleichungen simultan gelöst. Dies kann auf verschiedene Weise geschehen. Man kann sich zur Lösung des DGL-Systems z.B. zunächst ein beliebiges System von Basislösungen beschaffen und die gesuchte Lösung dann als Überlagerung dieser Basislösungen darstellen, wobei jetzt erst die physika-

lischen Randbedingungen berücksichtigt werden. Eine andere Lösungsmöglichkeit besteht darin, daß man sich mit einem einfachen Verfahren eine Näherungslösung beschafft, die bereits die physikalischen Randbedingungen erfüllt, und diese dann iterativ verbessert. Bei den beiden in der vorliegenden Arbeit verwendeten Codes arbeitet der Code INCH ²¹⁾ nach der ersteren Methode, der Code ECIS ²²⁾ nach der zweiten Methode.

Der starre Rotator auf der Basis eines phänomenologischen optischen Potentials ("makroskopisches" Modell)

CC-Analysen sind erforderlich, wenn die angeregten Zustände an den Grundzustand stark gekoppelt sind, d.h. daß die Kopplungsmatrixelemente in Gl. (2) des letzten Abschnittes nicht wesentlich kleiner sind als das Diagonalmatrixelement. Dies liegt etwa vor, wenn die niedrig liegenden Zustände stark kollektiven Charakter tragen. Solche kollektiven Bewegungen können z.B. beschrieben werden als Rotations- oder Vibrationsanregungen des Kernes. Im Fall einer permanenten Deformation kann man mit dem Kernmodell des starren Rotators arbeiten, das auch für den in dieser Arbeit untersuchten Kern ²⁴Mg ein adäquates Modell sein sollte ²³⁾. Beim makroskopischen Kernmodell des starren Rotators geht man von dem phänomenologischen Bild aus, daß die gesamte Wechselwirkung zwischen Target und Projektil durch ein deformiertes optisches Potential beschrieben wird. Wie allgemein üblich, wurde bei den hier durchgeführten Analysen ein deformiertes Woods-Saxon-Potential mit Volumenabsorption ^{*}) verwendet:

^{*}) Bei hohen Energien wie im vorliegenden Fall liegt im wesentlichen Volumenabsorption vor. Für stark absorbierte Teilchen wie α -Teilchen ist jedoch nur die Gestalt des Imaginar-Potentials am Rand entscheidend, so daß bei geeigneter Wahl der Parameter auch Potentiale mit Oberflächenabsorption verwendet werden könnten (vgl. hierzu z.B. ¹⁹⁾).

$$V(r, \theta, \phi) = \frac{-V}{1 + \exp(r-r_0)/a_0} + \frac{-i \cdot W}{1 + \exp(r-r_1)/a_1} + V_{\text{Coul}} \quad (3)$$

Die Deformation des Kernes wurde axialsymmetrisch angenommen:

$$R = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta') \right)$$

Zur Berechnung des Coulombpotentials wurde von einer Ladungsverteilung derselben Deformation, jedoch mit scharfem Rand, ausgegangen.

Sowohl Kernanteil als auch Coulombanteil können nun nach der "Kopplungsstärke" entwickelt werden. Für das Rotationsmodell existieren zwei gängige Entwicklungen:

- 1) Die Entwicklung in eine Potenzreihe nach $(\sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta'))^n$ sowohl für den Kernanteil als auch den Coulombanteil des Potentials. Man bricht dann bei einem bestimmten n_0 ab, z.B. $n_0 = 2$ und vernachlässigt alle höheren Terme. Der Term mit $n = 0$, der den runden Anteil des Potentials darstellt, kann als V_{diag} abgespalten werden. Für große β_{λ} , etwa $\beta_2 = 0.30$, was durchaus der Realität entspricht, ist diese Methode fraglich, da hier speziell im Kernanteil Terme vernachlässigt werden, die von derselben Größenordnung sind wie Beiträge, die durch die Kopplungsterme bei den Differentialgleichungen (2) ins Spiel kommen. Mit dieser Methode ist also i.a. keine konsistente Entwicklung nach der Größe der Kopplungsmatrixelemente möglich. Für die niedrigstliegenden Zustände stellt sie i.a. dennoch eine gute Näherung dar und wird insbesondere beim Kernmodell des Vibrators verwendet. Günstiger ist
- 2) die Entwicklung des Kernanteils des Potentials nach Legendrepolynomen ^{*)}. Diese Entwicklung ist jedoch nur möglich, wenn wie beim Rotator eine ausgezeichnete Körperachse vorhanden ist, und kann deshalb speziell beim Vibrator nicht angewendet werden.

^{*)} Für den Coulombanteil ist die Potenzreihenentwicklung i.a. eine gute Näherung.

Man erhält bei der Entwicklung des Potentials nach Legendrepolynomen:

$$V(r, \theta, \phi) = \sum_{\lambda} V_{cp}^{(\lambda)}(r) D_{\mu 0}^{\lambda} Y_{\lambda \mu}(\theta, \phi)$$

$$\text{mit } V_{cp}^{(\lambda)}(r) = 4\pi \int_0^1 \left\{ \frac{-(V + iW)}{1 + \exp[(r - R_0(1 + \sum_{\lambda'} \beta_{\lambda'} Y_{\lambda' 0}(\theta'))]/a)} \right\} Y_{\lambda 0}(\theta') d(\cos \theta')$$

Die Funktionen $D_{\mu 0}^{\lambda}$ beschreiben die Drehung des körperfesten (gestrichenen) in das raumfeste (nicht gestrichene) System. Der Term mit $\lambda = 0$ läßt sich wieder als V_{diag} abspalten, er stimmt natürlich (bis auf Normierung) mit dem von 1) überein. Diese Entwicklung hat den Vorteil, daß für jedes $\lambda \neq 0$ der Koeffizient $V_{cp}^{(\lambda)}(r)$ gewissermaßen eine unendliche Anzahl von Gliedern der unter 1) beschriebenen Potenzreihenentwicklung nach $(\sum_{\lambda'} \beta_{\lambda'} Y_{\lambda' 0}(\theta'))$ enthält. Da die Methode der gekoppelten Kanäle in einer Entwicklung nach sphärischen Tensoren (d.h. speziell nach Kugelfunktionen bzw. Legendrepolynomen) arbeitet, liefert diese Entwicklung zusammen mit den Kopplungsgleichungen (2) eine konsistente und i.a. bessere Approximation als die Potenzreihenentwicklung.

Die Methode der gekoppelten Kanäle stellt in der skizzierten Form eine konsistente Beschreibung der direkten und indirekten Übergänge (Ein- und Mehrstufenübergänge) zwischen kollektiven Zuständen, implizit entwickelt nach den Kopplungsstärken, dar. Vergleichsweise hierzu berücksichtigt etwa die DWBA nur direkte Einstufenübergänge zwischen dem Grundzustand und dem jeweils betrachteten angeregten Zustand in der niedrigsten Ordnung der Kopplungsstärke. Deshalb ist hier die entsprechende Amplitude proportional zu β , bzw. der Wirkungsquerschnitt proportional zu β^2 , während die CC-Methode die bei starker Kopplung auftretende delikate Interferenz zwischen Termen der verschiedenen Ordnungen der Entwicklung nach der Kopplungsstärke in sorgfältiger Weise berücksichtigt.

b) CC-Analysen der experimentellen Ergebnisse im Rahmen des "makroskopischen" Modells

Vergleichsgrößen bei (α, α, γ) -Korrelationsexperimenten des vorliegenden Typs sind neben dem differentiellen Wirkungsquerschnitt die individuellen Übergangsamplituden X_{M_B} zu den verschiedenen Unterzuständen M_B im Kern B. Die Beträge dieser Amplituden ergeben sich, wie in den vorhergehenden Kapiteln beschrieben, aus den Größen A und C der Winkelkorrelationsfunktion W (sie könnten natürlich auch direkt aus dem absoluten doppeltdifferentiellen Wirkungsquerschnitt ermittelt werden). Außerdem ergibt sich aus der Korrelationsfunktion direkt die Phase ϕ_2 zwischen X_{-2} und X_2 . CC-Analysen liefern eine simultane Beschreibung sämtlicher angekoppelter Zustände. Als Vergleichsgrößen für die Richtigkeit des Reaktionsmodells und der verwendeten Parameter stehen also im vorliegenden Fall zur Verfügung:

- 1) der differentielle Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung
- 2) der differentielle Wirkungsquerschnitt der inelastischen Streuung zum 2^+ -Zustand
- 3) die Winkelverteilungen der Betragsquadrate der Übergangsamplituden X_{+2} , X_0 , X_{-2} (auch als Unterquerschnitte bezeichnet)
- 4) die Phase zwischen X_{+2} und X_{-2} und
- 5) die Winkelverteilungen der Größen A und C.

Dabei sind nicht alle Größen voneinander unabhängig, wie in Abschnitt IV, 1 beschrieben.

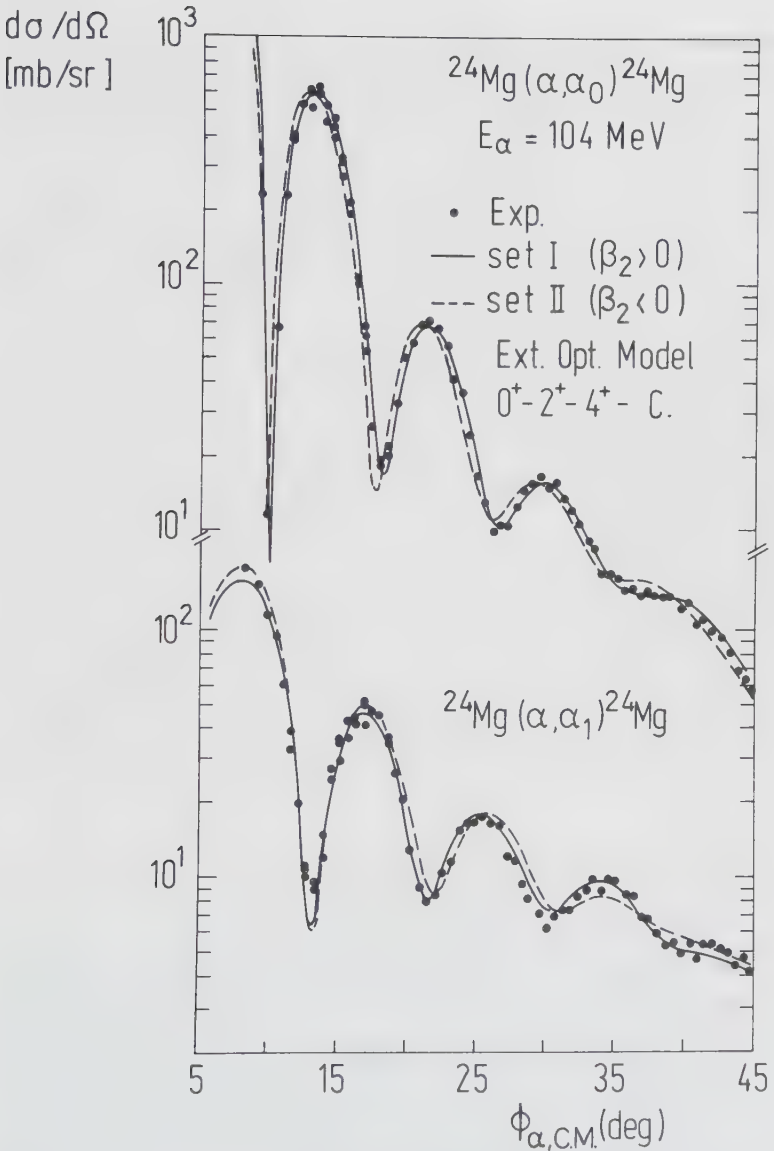
Da bei den durchgeführten CC-Analysen durchwegs mit $0^+ - 2^+ - 4^+$ -Kopplung gerechnet wurde, liefern die CC-Rechnungen automatisch auch die Übergangsamplituden zum 4^+ -Zustand. Die α - γ -Korrelation konnte bei diesem Zustand nicht gemessen werden, da erstens dieser Zustand von dem Zustand bei 4,23 MeV am nicht-analytierten Strahl nicht abgetrennt werden konnte und zweitens der Wirkungsquerschnitt zu klein ist, um bei Korrelationsmes-

sungen in vernünftigen Zeiten genügend Zählrate zu erhalten. Aus diesem Grund unterblieb eine Analyse dieses Zustandes.

α) Die beste Anpassung - Einfluß des Vorzeichens der Quadrupoldeformation

Bei der Analyse der Daten wurde zunächst die elastische Streuung mit einem Optischen-Modell-Programm gefittet. Da es sich bei α -Teilchen um stark absorbierte Teilchen handelt, so daß im wesentlichen nur die Gestalt der Wellenfunktion am Kernrand in die Rechnung eingeht, treten im Prinzip diskrete Mehrdeutigkeiten im Realteil des Potentials auf, entsprechend der Zahl der Halbwellen der Wellenfunktion im Kerninneren (vgl. hierzu z.B. Ref. ²⁴⁾). Analysen der α -Streuung bei 104 MeV an mehreren Kernen der sd-Schale haben jedoch gezeigt, daß bei den untersuchten Kernen, insbesondere auch bei ^{24}Mg , im Bereich einer Tiefe des Realteils von $V < 250$ MeV zwar je zwei getrennte Minimas im χ^2 des elastischen Fits existieren, daß aber das Minimum im Bereich von ungefähr 80 - 100 MeV wesentlich bessere Übereinstimmung liefert als das zweite Minimum in der Gegend von 200 MeV ⁶⁾. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden deshalb nur Potentialtiefen aus dem tiefliegenden Bereich betrachtet. Die bei der Anpassung an die elastische Streuung erhaltenen Potentialparameter wurden dann als Startwerte für die Potentiale bei den CC-Rechnungen verwendet. Hierbei wurden zunächst mit dem CC-Code ECIS die differentiellen Wirkungsquerschnitte der elastischen und inelastischen Streuung zum 2^+ -Zustand im Winkelbereich $7^\circ \lesssim \alpha_{\text{CM}} \lesssim 45^\circ$ angepaßt. Verwendet wurde hierbei das makroskopische Modell des erweiterten optischen Potentials auf der Basis des starren symmetrischen Rotators mit $0^+-2^+-4^+$ -Kopplung. Wie aus derartigen Analysen ⁶⁾ bekannt ist, ergeben sich hierbei zwei Minima im Deformationsparameter β_2 , jeweils eines für $\beta_2 > 0$ und $\beta_2 < 0$. Dies ist einleuchtend, da in niedrigster Ordnung die elastische Streuung unabhängig von β_2 ist und der Wirkungsquerschnitt der inelastischen Streuung zum 2^+ -Zustand proportional zu β_2^2 ist ^{*)}. Figur 11 zeigt die Ergebnisse dieser

*) Aus diesem Grund sind auch DWBA-Rechnungen unabhängig vom Vorzeichen der Deformation.



Figur 11: Experimentelle differentielle Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_0)$ und $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1)$ mit den "besten Fits" der "makroskopischen" CC-Analysen für $\beta_2 > 0$ und $\beta_2 < 0$ (Anpassung im gesamten untersuchten Winkelbereich)

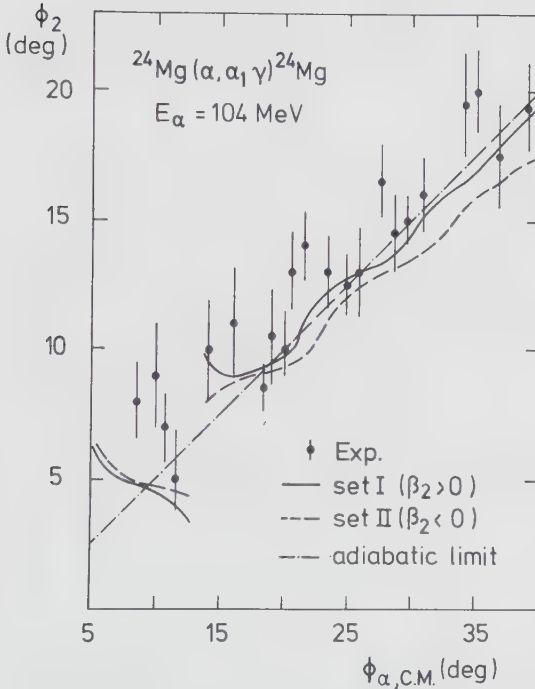
Anpassung. Die durchgezogenen Kurven gehören zum besten Fit für eine prolata Deformation ($\beta_2 > 0$). Im gesamten untersuchten Winkelbereich ergibt sich eine nahezu quantitative Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Für die Quadrupol-Deformation ergibt sich $\beta_2 = 0.34$. Die Deformation β_4 wurde - 0.02 gesetzt. Dieser Wert ergab sich bei früheren Untersuchungen (vgl. z.B. Ref. ⁶⁾). Die Hexadekapoldeformation hat jedoch auf die inelastische Streuung zum ersten 2^+ -Zustand nur wenig Einfluß, speziell wenn wie hier β_4 sehr klein ist. Die erhaltenen Potentialparameter sind als Satz I in Tabelle 1 im Anhang B aufgelistet. Die gestrichelten Kurven stellen die bestmögliche Anpassung unter der Annahme einer oblaten Deformation ($\beta_2 < 0$) dar (hierbei ergaben sich beim Fit ebenso wie bei Annahme einer prolata Deformation eindeutige Parameter). Auch hier ist die Übereinstimmung im gesamten Winkelbereich für die elastische und inelastische Winkelverteilung gut, jedoch schlechter als im prolata Fall, insbesondere in der Phasenlage. Dies ist in Übereinstimmung mit den Untersuchungen von Rebel et al ⁶⁾. Als Deformation ergibt sich hier $\beta_2 = - 0.45$ (β_4 wurde wieder gleich - 0.02 gesetzt). Der zugehörige Potentialsatz erscheint als Satz II in Tabelle 1 im Anhang B. Die Unterschiede der besten Fits für prolata und oblate Deformation drücken sich auch in den χ^2 -Werten der Fits aus (prolat $\chi^2 = 4.5$, oblat $\chi^2 = 13.2$). Im folgenden soll die Frage untersucht werden, ob

- 1) die sehr gute Übereinstimmung zwischen den CC-Rechnungen und den experimentellen Daten auch bei den individuellen Matrixelementen erhalten bleibt, und
- 2) die Unterschiede zwischen oblata und prolata Deformation bei den Korrelationsgrößen deutlicher zu Tage treten.

Zunächst werden die Korrelationsgrößen A, C und ϕ_2 verglichen. Zu ihrer Berechnung wurden die Parametersätze I und II verwendet, die sich aus der Anpassung an die differentiellen Wirkungsquerschnitte ergaben. Eine zusätzliche Anpassung an die Korrelationsgrößen erfolgte nicht.

Die Phase ϕ_2

In Figur 12 ist die experimentell gewonnene Phase ϕ_2 , d.h. die Relativphase zwischen X_{+2} und X_{-2} mit den Vorhersagen der CC-Rechnungen für die Parametersätze I und II gezeigt.



Figur 12:

Experimentelle Phase ϕ_2 verglichen mit den "makroskopischen" CC-Rechnungen zu den Parametersätzen I ($\beta_2 > 0$) und II ($\beta_2 < 0$) und der Vorhersage eines einfachen adiabatischen Modells

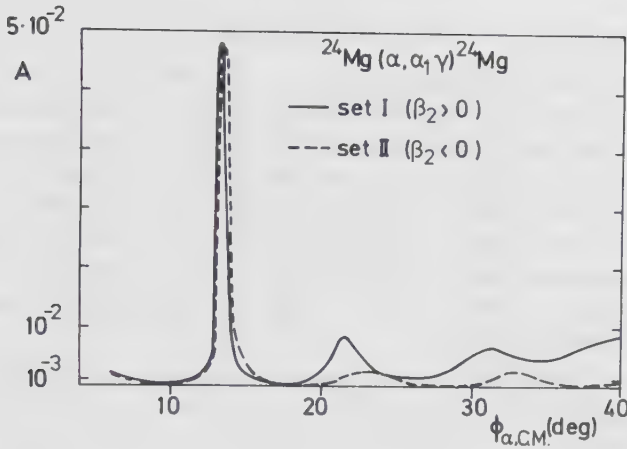
Außerdem ist eine Gerade eingezeichnet, die von einem einfachen adiabatischen Modell von Blair ²⁵⁾ vorhergesagt wird. Man sieht, daß erstens die CC-Vorhersagen für beide Deformationsvorzeichen in guter Übereinstimmung mit den experimentellen Werten sind, wobei man die prolate Deformation insbesondere bei Winkeln größer ungefähr 20° bevorzugen würde. Die Unterschiede sind jedoch klein. Zweitens zeigt sich, daß sich für Streuwinkel größer ungefähr 15° die CC-Vorhersagen und

die adiabatische Vorhersage nur noch minimal unterscheiden. Im Bereich extremer Vorwärtswinkel ergeben sich etwas größere Abweichungen. Insbesondere an der Stelle des ersten Minimums des differentiellen Wirkungsquerschnittes bei $\phi_{\alpha, \text{CM}} \approx 13.7^\circ$ sagt die CC-Rechnung einen Phasensprung voraus, der sich auch im Experiment andeutet. Diese Erscheinung eines Phasensprunges befindet sich auch in Übereinstimmung mit einem einfachen Modell von Verhaar und Tolsma²⁶⁾, das jedoch bei allen Minima des differentiellen Wirkungsquerschnittes Pole in der Phase ϕ_2 liefert.

Beim genaueren Betrachten von Figur 12 fällt auf, daß die experimentellen Werte fast alle etwas über den theoretischen Kurven liegen. Wegen der relativ großen experimentellen Fehler läßt sich jedoch nicht sagen, ob es sich um eine systematische Abweichung handelt. Die Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit haben gezeigt, daß eine Änderung der Phase ϕ_2 in der Größenordnung dieser Abweichung durch eine Variation der Potentialparameter bzw. des Betrages des β_2 -Wertes erreicht werden kann. Ob dies u. U. zu einer weiteren Einschränkung dieser Parameter verwendet werden kann, konnte wegen der relativ großen experimentellen Fehler jedoch nicht geklärt werden.

Die Kernpolarisation A

Die Größe A charakterisiert die Polarisation, in der der Kern nach der inelastischen α -Streuung im angeregten 2^+ -Zustand zurückgelassen wird, bevor er durch γ -Strahlung wieder abgeregt wird. Experimentell ergab sich im vorliegenden Fall, daß für alle untersuchten Winkel die Größe A und damit die Polarisation äußerst klein ist. Aus den Fits ergaben sich Werte für A zwischen - 0.05 und + 0.08, wobei die Fehler i.a. kleiner als 0.10 sind (typisch 0.05), jedoch immer größer als A, so daß die experimentellen Ergebnisse mit $A \approx 0$ verträglich sind. Der Verlauf der Rechnungen für die Sätze I und II ist in Figur 13 gezeigt. Man sieht, daß die CC-Rechnungen außerordentlich



Figur 13: Vorhersagen der "makroskopischen" CC-Rechnungen für die Kernpolarisation A unter Verwendung der Sätze I ($\beta_2 > 0$) und II ($\beta_2 < 0$)

kleine Werte, typisch in der Größenordnung von 10^{-3} vorhersagen. Lediglich an den Stellen der Minima im Wirkungsquerschnitt sind die Werte etwas größer ($\max \approx 5 \cdot 10^{-2}$). Experimentell sind jedoch Werte von A in dieser Größenordnung nicht meßbar. Die CC-Analysen liefern also bei der hier vorliegenden großen Einschußenergie von 104 MeV in sehr guter Übereinstimmung mit den experimentellen Daten eine äußerst geringe Kernpolarisation ^{*)}. Die Abweichungen von Null und die Unterschiede zwischen oblater und prolater Deformation sind zumindest mit den hier beschriebenen experimentellen Methoden nicht meßbar.

*) Untersuchungen der α -Streuung bei 15 MeV haben gezeigt, daß CC-Analysen auch dort relativ kleine Werte für A liefern, jedoch sind diese wesentlich größer als bei 104 MeV. Die bei geringen Einschußenergien auftretenden Compoundanteile liefern dagegen relativ große Effekte in der Größe A, was für die Unterscheidung der verschiedenen Reaktionsanteile interessant ist ⁵⁾.

Die Amplitude C

Die durchgeführten CC-Analysen ergaben also, daß die Größen A und ϕ_2 durch die CC-Rechnungen zwar gut beschrieben werden, daß sie aber nur wenig sensitiv auf das Vorzeichen der Quadrupoldeformation sind. Da die vorliegenden Korrelationsdaten nach Kap. II.2 durch die Größen A, C und ϕ_2 eindeutig festgelegt sind, sollte sich nun bei der Analyse der Größe C zeigen, ob Korrelationsmessungen des vorliegenden Typs wesentlich empfindlicher auf das Vorzeichen von β_2 sind als die differentiellen Wirkungsquerschnitte.

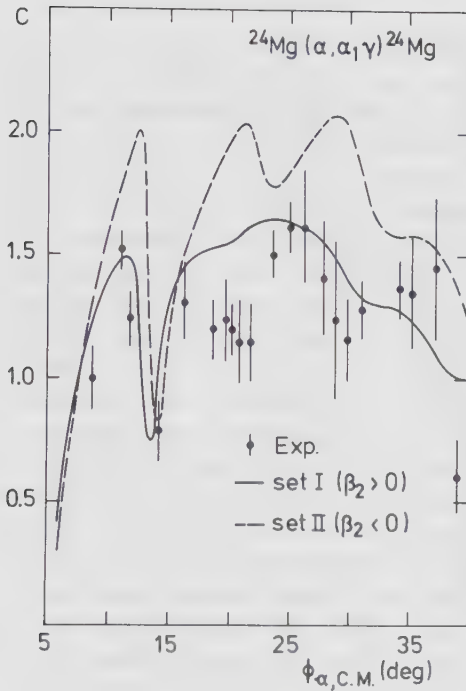
Die Amplitude C der Winkelkorrelationsfunktion läßt sich nach Kap. II.2 durch die Übergangsamplituden zwischen den magnetischen Unterzuständen ausdrücken als $C = 5 \cdot |x_{-2}| \cdot |x_{+2}| / (|x_{-2}|^2 + |x_0|^2 + |x_{+2}|^2)$. Da im vorliegenden Fall $A \approx 0$ gilt, folgt aus Gl. (9) in Kap.

II $|x_2| \approx |x_{-2}|$ und damit

$$C \approx 5 \cdot |x_2|^2 / (2|x_2|^2 + |x_0|^2) = 5 \left| \frac{x_2}{x_0} \right|^2 / (2 \cdot \left| \frac{x_2}{x_0} \right|^2 + 1).$$

Die Größe C ist somit näherungsweise proportional dem Anteil des Unterquerschnittes $|x_2|^2$ am gesamten Wirkungsquerschnitt und eng verknüpft mit dem Betrag des Amplitudenverhältnisses x_2/x_0 .

Figur 14 zeigt die experimentellen Werte für C, verglichen mit den CC-Rechnungen zu den Sätzen I ($\beta_2 > 0$) und II ($\beta_2 < 0$) aus Tabelle 1 im Anhang B. Die experimentellen Daten lassen einen stark strukturierten Verlauf erkennen, wobei die Minima jeweils bei den Winkeln liegt, bei denen sich auch beim zugehörigen differentiellen Wirkungsquerschnitt Minima ergeben. Das erste gemessene Minimum bei $\phi_{\alpha, \text{CM}} \approx 13,7^\circ$ ist dabei am stärksten ausgeprägt. Bei größeren Winkeln sind die Strukturen erheblich mehr ausgeschmiert. Bei den CC-Rechnungen ergeben sich markante Unterschiede zwischen den Kurven für prolate und oblate Deformation im gesamten untersuchten Winkelbereich. Die Rechnung für prolate Deformation (durchgezogen) kann den Verlauf der experimentellen Daten gut wiedergeben und stimmt auch im Absolutwert mit den experimentellen Werten nahezu im gesamten Winkelbereich gut überein. Die Rechnung für die oblate Deformation (gestrich-



Figur 14:

Experimentelle Größe C
 verglichen mit den
 "makroskopischen" CC-
 Rechnungen zu den Para-
 metersätzen I ($\beta_2 > 0$)
 und II ($\beta_2 < 0$)

chelt) kann die experimentellen Daten nicht beschreiben. Sie liefert erheblich zu große Werte und verläuft in weiten Bereichen ($15^\circ \lesssim \phi_\alpha \lesssim 35^\circ$) gegenphasig zum Experiment.

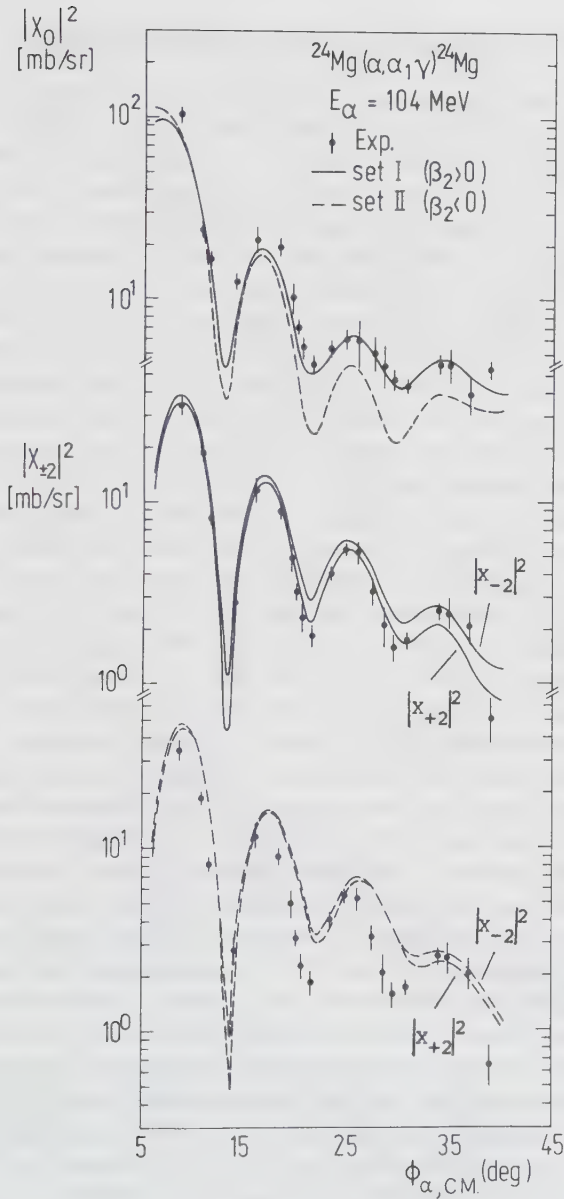
Die Größe C ist also sehr sensitiv auf das Vorzeichen der Quadrupoldeformation. Damit hängt auch das Amplitudenverhältnis X_2/X_0 stark von der Kerngestalt ab. Daß diese Empfindlichkeit und die charakteristischen Unterschiede zwischen prolater und oblater Deformation in der Größe C und dem Verhältnis X_2/X_0 im Rahmen eines einfachen Diffraktionsmodells erklärt werden können, ist in Kap. IV,3 gezeigt.

Die Übergangsamplituden - Unterquerschnitte

Aus den Größen A und C können unter Zuhilfenahme des differentiellen Wirkungsquerschnittes die Beträge der Übergangsamplituden X_{M_B} bzw. die Unterquerschnitte $|X_{M_B}|^2$ (vgl. Kap. II.2) bestimmt werden. Dieser Weg wurde, wie in Kap. III, B.3 beschrieben, aus experimentellen Gründen der direkten Bestimmung aus dem doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnitt vorgezogen. Da sich aus dem Experiment ergab, daß A äußerst klein und immer mit Null verträglich ist, wurde für die Berechnung der Beträge der Übergangsamplituden X_{+2} bzw. X_{-2} die Polarisation A gleich Null gesetzt. Damit folgt $|X_{+2}|^2 = |X_{-2}|^2$; X_0^2 wurde dann unter Zuhilfenahme des differentiellen Wirkungsquerschnittes berechnet. In Figur 15 sind die Betragsquadrate der experimentellen Übergangsamplituden mit den CC-Rechnungen, bei denen wieder die Parametersätze I ($\beta_2 > 0$) und II ($\beta_2 < 0$) verwendet wurden, verglichen. Die theoretischen Kurven für $|X_{+2}|^2$ und $|X_{-2}|^2$ sind absichtlich getrennt aufgetragen, um zu zeigen, wie klein die Unterschiede zwischen diesen beiden Unterquerschnitten bei den CC-Rechnungen sind. Zum Vergleich mit den experimentellen Werten ist jeweils der Mittelwert beider Kurven zu nehmen. Aus Übersichtlichkeitsgründen sind die Größen $|X_{+2}|^2$ für die Rechnungen zu den Sätzen I (Figur 15 mitte) und II (Figur 15 unten) getrennt aufgetragen.

Es zeigt sich, daß auch bei den Übergangsamplituden die CC-Rechnungen zu prolater und oblater Deformation erhebliche Unterschiede vorhersagen, die insbesondere wesentlich größer sind als die Unterschiede im zugehörigen differentiellen Wirkungsquerschnitt. Die experimentellen Punkte werden von der Rechnung mit prolater Deformation (Satz I) sehr gut wiedergegeben, während die Rechnung zur oblatten Deformation (Satz II) ähnlich wie bei der Größe C in großen Winkelbereichen nicht in der Lage ist, die experimentellen Werte wiederzugeben.

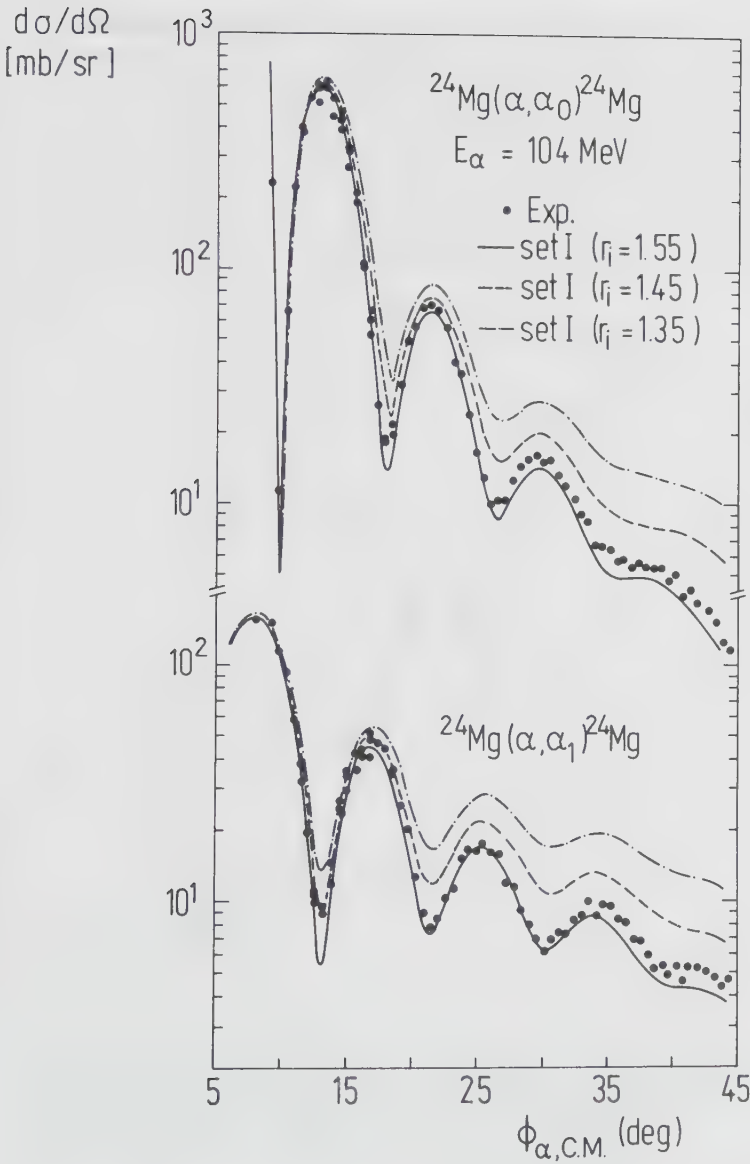
Dies ist aus der Verknüpfung der Übergangsamplituden mit der Größe $C \approx 5 \cdot |X_2|^2 \frac{d\sigma}{d\Omega}$ und den vergleichsweise kleinen Unterschieden im Wirkungsquerschnitt zwischen den besten Fits zu prolater und oblater Deformation verständlich.



Figur 16: Experimentelle Werte der Betragsquadrate der Übergangsamplituden X_0 , $X_{\pm 2}$ verglichen mit den "makroskopischen" CC-Rechnungen zu den Parametersätzen I ($\beta_2 > 0$) und II ($\beta_2 < 0$)

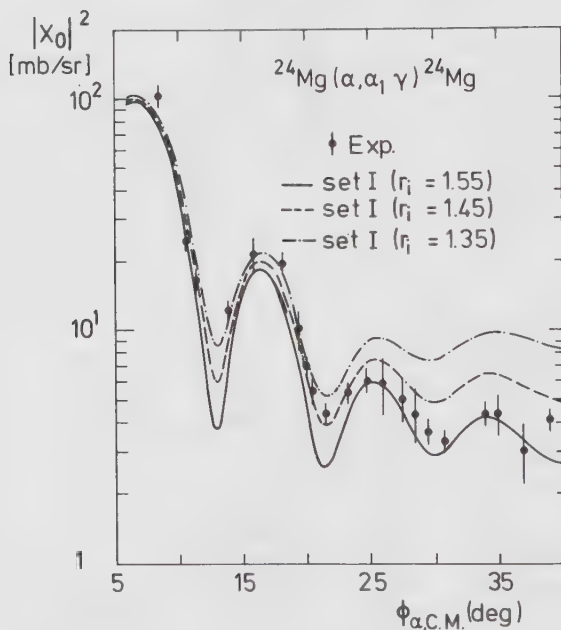
8) Der Einfluß der Parameter des Optischen Potentials

Die bisherigen Untersuchungen wurden mit den beiden Parametersätzen I und II, den sogenannten "besten Fits" für prolata und oblate Deformation durchgeführt, die durch Anpassung an den elastischen und inelastischen Wirkungsquerschnitt erhalten wurden. Bei der Gewinnung dieser Parametersätze wurden alle Potentialparameter frei variiert und der Fit konvergierte für prolata Deformation eindeutig gegen die Werte von Satz I und für oblate Deformation eindeutig gegen die Werte von Satz II. Trotzdem soll hier untersucht werden, inwieweit die im vorigen Abschnitt gewonnenen Ergebnisse über die Deformationsparameter abhängig sind von den jeweiligen Parametern des optischen Potentials. Da wegen der starken Absorption der α -Teilchen hauptsächlich der Verlauf des Potentials am Rand entscheidend ist, kann die begrenzte Variation eines Parameters meist durch eine Veränderung der übrigen Potentialparameter weitgehend kompensiert werden. Es stellte sich nun die Frage, ob es mit Hilfe der Korrelationsdaten möglich ist, den Wertebereich der einzelnen Potentialparameter enger einzuschränken als dies mit den Wirkungsquerschnittsdaten möglich ist. Um diese Fragen zu klären, wurden ausführliche Untersuchungen durchgeführt. Dabei wurden ausgehend von Satz I alle 6 Potentialparameter abwechselnd variiert und die Auswirkung auf die Wirkungsquerschnitte und die Korrelationsgrößen untersucht. Das Ergebnis war, daß sich die Variation eines beliebigen Potentialparameters bei allen Übergangsamplituden näherungsweise gleich auswirkte; d.h. genauer gesagt, daß sich bei einem beliebigen aber festen Streuwinkel alle Amplituden um nahezu den gleichen Faktor veränderten. Damit änderten sich auch alle Unterquerschnitte und die Wirkungsquerschnitte näherungsweise um einen konstanten Faktor. Dies ist am Beispiel der Variation des Imaginärradius r_i in den Figuren 16 und 17 anhand des elastischen und inelastischen Wirkungsquerschnittes und des Unterquerschnittes $|x_0|^2$ demonstriert. Die durchgezogenen Kurven entsprechen einem Wert von $r_i = 1.55$ fm, die gestrichelten $r_i = 1.45$ fm und die strichpunkttierten $r_i = 1.35$ fm (zu Satz I gehört der Wert $r_i = 1.53$ fm). Da sich die Variation bei allen Amplituden durch nahezu den glei-

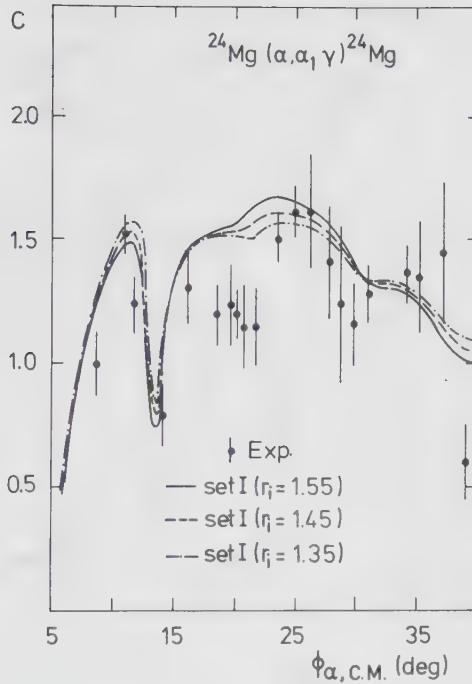


Figur 16: Experimentelle differentielle Wirkungsquerschnitte im Vergleich mit "makroskopischen" CC-Rechnungen, bei denen ausgehend vom Parametersatz I der Imaginärradius r_i variiert wurde

chen Faktor bemerkbar macht, folgt aus dem Zusammenhang zwischen den Amplituden und der Größe C (Gl. (7) in Kap. II), daß sich hier die Effekte weitgehend wegheben sollten. Dies wird durch Figur 18 bestätigt, in der die CC-Rechnungen zu den drei Imaginäradien $r_i = 1.35$ fm, 1.45 fm und 1.55 fm mit den experimentellen Daten verglichen sind. Paßt man nun die jeweils verbleibenden 5 anderen Potentialparameter (im Falle einer Variation des Imaginäradius r_i

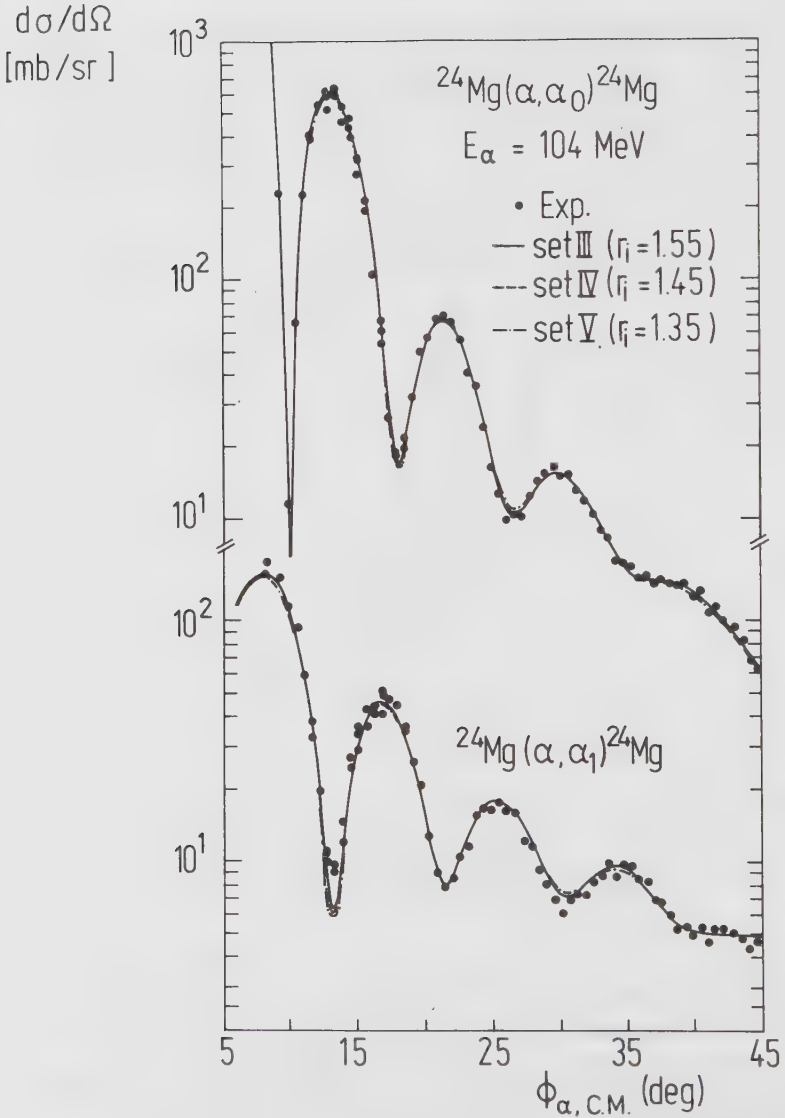


Figur 17: Experimentelle Werte von $|X_0|^2$ im Vergleich mit "makroskopischen" CC-Rechnungen, bei denen ausgehend vom Parametersatz I der Imaginäradius r_i variiert wurde



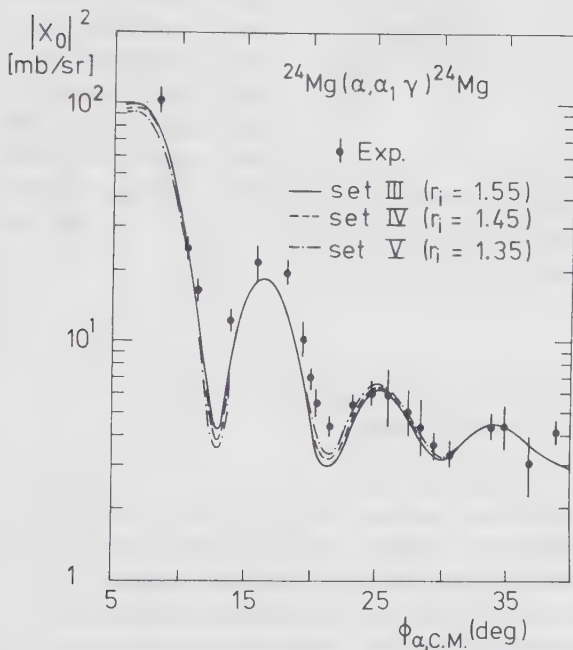
Figur 18: Experimentelle Werte von C im Vergleich mit "makroskopischen" CC-Rechnungen, bei denen ausgehend vom Parametersatz I der Imaginär-radius r_i variiert wurde

sind dies die Tiefen V_0 und W , der reelle Radius r_0 und die Diffusenness-Parameter a_0 und a_1) und die Quadrupoldeformation β_2 neu an die differentiellen Wirkungsquerschnitte an, so ergibt sich zwar eine leichte systematische Änderung dieser 5 Parameter, der Wert von β_2 ändert sich jedoch nicht. Das Ergebnis dieser Anpassung an die Wirkungsquerschnitte ist in Figur 19 gezeigt. Die sich dabei ergebenden Parameter-



Figur 19: Experimentelle differentielle Wirkungsquerschnitte verglichen mit "makroskopischen" CC-Fits, bei denen der Imaginärradius r_i bei 1.55 fm (Satz III), 1.45 fm (Satz IV) und 1.35 fm (Satz V) festgehalten wurde

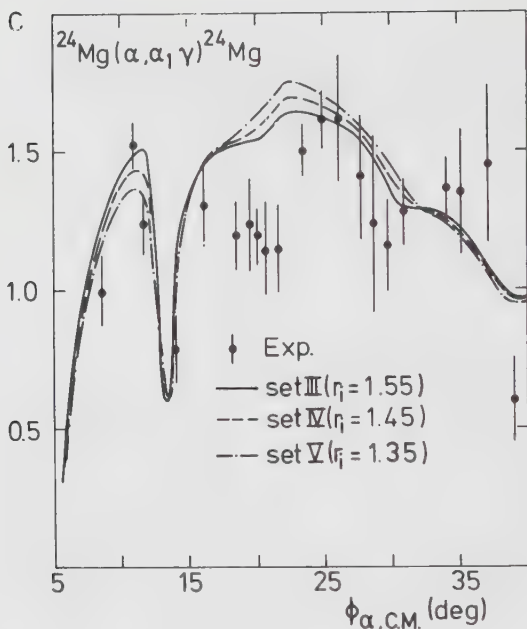
sätze III ($r_i = 1.55$), IV ($r_i = 1.45$) und V ($r_i = 1.35$) sind in Tabelle 1 im Anhang B aufgeführt. Die Vorhersagen für den Unterquerschnitt $|x_0|^2$ und die Größe C bei Verwendung der Sätze III, IV und V sind in den Figuren 20 und 21 gezeigt.



Figur 20:

Experimentelle Werte von $|x_0|^2$ verglichen mit den Vorhersagen der "makroskopischen" CC-Rechnungen unter Verwendung der Parametersätze III ($r_i = 1.55$ fm), IV ($r_i = 1.45$ fm) und V ($r_i = 1.35$ fm)

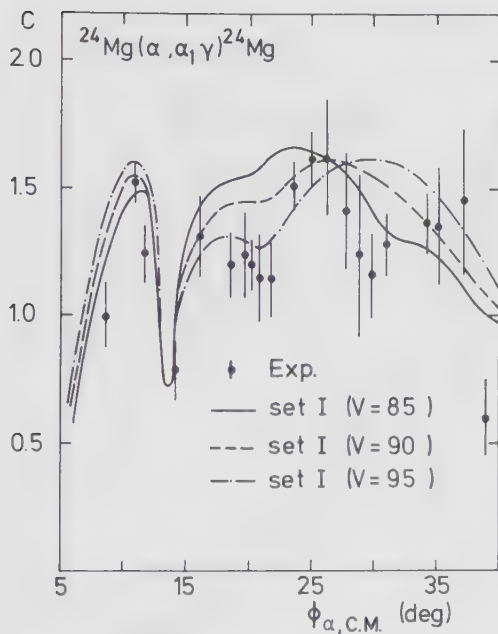
Man sieht, daß auch hier die verbleibenden Unterschiede relativ klein sind, was auch für die anderen Korrelationsgrößen gilt. Das Verhalten, das hier exemplarisch für den Imaginärradius vorgeführt wurde, gilt im wesentlichen für alle Potentialparameter. Lediglich bei einer Variation der reellen Tiefe V und des reellen Radius r_0 ergaben sich zunächst auch in der Größe C etwas größere Effekte. Wegen der bekannten (V,r)-Mehrdeutigkeit (vgl. hierzu z.B. Ref. 24) und 2) werden jedoch auch hier bei der Anpassung der übrigen 5 Parameter die Änderungen in den einzelnen Amplituden und speziell auch in der Größe C, die sich durch eine Variation der Tiefe V oder des Radiusparameter r ergeben hatten, nahezu vollständig kompensiert.



Figur 21:

Experimentelle Werte von C verglichen mit den Vorhersagen der "makroskopischen" CC-Rechnungen unter Verwendung der Parametersätze III ($r_i = 1.55$ fm), IV ($r_i = 1.45$ fm) und V ($r_i = 1.55$ fm)

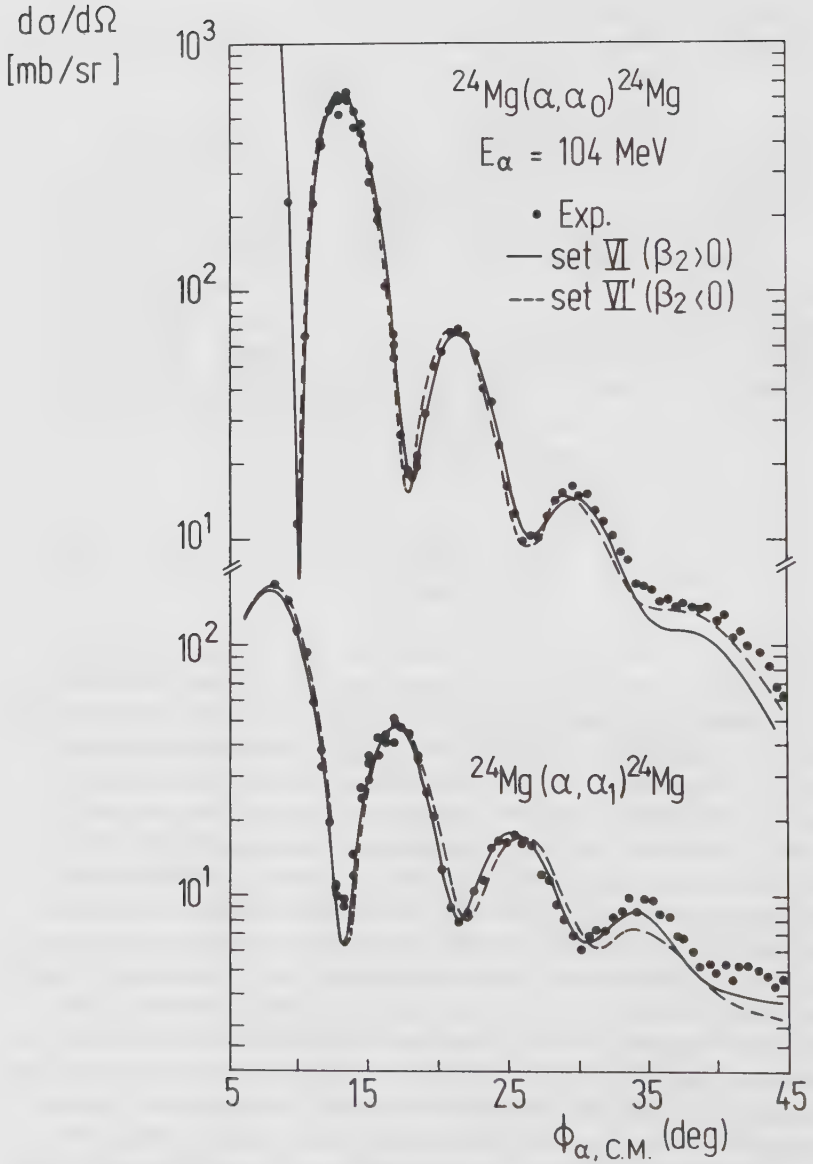
Bei der Analyse der Korrelationsdaten fällt auf, daß das experimentelle Minimum in der Größe C bei $\phi_{\alpha,CM} \approx 21^\circ$ durch die Rechnung zum besten Fit für prolate Deformation quantitativ nicht beschrieben werden kann. Bei der Variation einzelner Potentialparameter ergaben sich einige Rechnungen, die zwar insgesamt schlechtere Übereinstimmung mit den experimentellen Daten lieferten als der beste Fit, aber speziell dieses Minimum besser beschreiben. So zeigt Figur 22, daß z.B. eine Rechnung mit $V = 90$ MeV und 95 MeV das besagte Minimum besser beschreiben als der beste Fit. Bei der Anpassung der übrigen Parameter an die Wirkungsquerschnittsdaten bleiben jedoch nur sehr kleine Unterschiede gegenüber dem besten Fit übrig. Es stellt sich die Frage, ob u.U. bei dem durchgeführten Fit zwar eine optimale Übereinstimmung mit den Wirkungsquerschnittsdaten erreicht wird, die gewonnenen Parameter jedoch "physikalisch" nicht ganz optimal sind. So könnte es sein, daß z.B. im Bereich größerer Streuwinkel, die jedoch in den Fit einbezogen werden, das verwendete Modell an sich nicht mehr in der Lage ist, die untersuchte Reaktion gut wiederzugeben



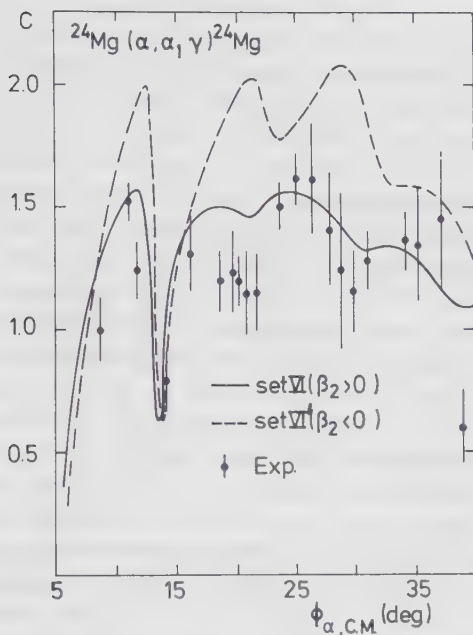
Figur 22:

Experimentelle Werte von C verglichen mit "makroskopischen" CC-Rechnungen, bei denen ausgehend vom Parametersatz I die Tiefe Des Realteils V variiert wurde

(vgl. hierzu auch das folgende Kapitel). Durch die Fitprozedur gelingt jedoch auch bei diesen Winkeln eine gut Anpassung an die Wirkungsquerschnittsdaten. Die sich hierbei ergebenden Potentialparameter sind jedoch "physikalisch nicht optimal"; was beim Vergleich mit den Korrelationsdaten auch im Vorwärtswinkelbereich sichtbar werden könnte. Um dies zu überprüfen, wurden die Rechnungen probeweise nur an experimentelle Punkte im Bereich $\phi_{\alpha,CM} \leq 30^\circ$ angepaßt. Zum Vergleich wurde auch der beste Fit für $\beta_2 < 0$ bestimmt. Die Ergebnisse sind in Figur 23 für die differentiellen Wirkungsquerschnitte gezeigt, während in Figur 24 die Größe C verglichen wird. Die zugehörigen Parametersätze VI ($\beta_2 > 0$) und VI' ($\beta_2 < 0$) sind in Tabelle 1 im Anhang B aufgeführt. Man sieht, daß die differentiellen Wirkungsquerschnitte der elastischen und inelastischen Streuung von der Rechnung zur prolates Deformation zwar ähnlich gut wiedergegeben werden wie bei der Anpassung im gesamten Winkelbereich bis 45° , daß jedoch ab etwa 35° die theoretischen Kurven sowohl beim elastischen als auch beim inelastischen Wirkungsquerschnitt leicht aber doch systematisch unter den experimentellen Punkten liegen. Bei der Größe C ergibt sich eine ge-



Figur 23: Experimentelle differentielle Wirkungsquerschnitte mit den "besten Fits" der "makroskopischen" CC-Analysen für $\beta_2 > 0$ (Satz VI) und $\beta_2 < 0$ (Satz VI') bei Anpassung im Bereich $\phi_{\alpha, \text{C.M.}} \leq 30^\circ$



Figur 24:

Experimentelle Größe C verglichen mit den "makroskopischen" CC-Rechnungen zu den Parametersätzen VI ($\beta_2 > 0$) und VI' ($\beta_2 < 0$)

ringfügige, jedoch sichtbare Verbesserung vor allem im Bereich um $\phi_{\alpha, CM} = 21^\circ$. Das experimentelle Minimum an dieser Stelle wird jetzt durch die Rechnung etwas besser wiedergegeben als bei der Anpassung im gesamten untersuchten Winkelbereich (vgl. Figur 14). Der Fit bis 30° zur oblaten Deformation kann die experimentellen Werte der Größe C ebenso wenig wiedergeben wie der Fit bis 45° .

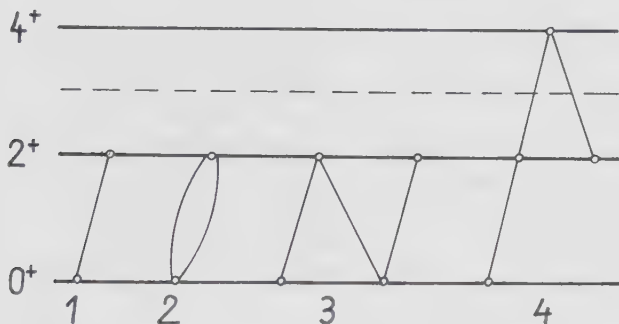
Es deutet sich hier an, daß es durch den zusätzlichen Vergleich mit den Korrelationsdaten (hier der Größe C) u.U. möglich ist, auch kleine Reaktionsanteile, die bei der Analyse der Wirkungsquerschnitte verborgen bleiben und im Rahmen des verwendeten Modells nicht beschrieben werden können, aufzuspüren. Im betrachteten Fall ist jedoch die Beschreibung aller vorliegenden Daten durch das verwendete Modell gut und die Verbesserung der Beschreibung der Korrelationsgrößen klein, wenn die Anpassung an die Wirkungsquerschnittsdaten nur bis 30° anstatt bis 45° erfolgt.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß sich im vorliegenden Fall eine Variation der Potentialparameter in den Unterquerschnitten nicht wesentlich stärker bemerkbar macht als in den Wirkungsquerschnitten und daß alle Unterquerschnitte in nahezu dergleichen Weise beeinflußt werden. Alle untersuchten Parameter, die die Wirkungsquerschnittsdaten gut beschreiben können, liefern bei den Korrelationsgrößen im Vergleich zu den dort relativ großen experimentellen Fehlern kleine Unterschiede, so daß eine entscheidende weitere Einschränkung des Wertebereichs der Potentialparameter mit den vorliegenden Korrelationsdaten kaum möglich ist. Ob durch Einbeziehung der Korrelationsgrößen in die Fitprozedur bei kleineren experimentellen Fehlern eine weitere Einschränkung möglich wäre, kann hier nicht beantwortet werden. Ein weiteres Ergebnis ist, daß die Größe C bei einer Variation der Potentialparameter weitgehend unbeeinflußt bleibt. Die im vorigen Abschnitt aufgezeigten charakteristischen Unterschiede zwischen Rechnungen mit prolater und oblater Deformation erwiesen sich als unabhängig von den Potentialparametern und können durch eine Variation dieser Parameter nicht überdeckt werden.

γ) Höhere Kopplungsterme und Coulombanregung

Die Methode der gekoppelten Kanäle bezieht bei der Berechnung der Übergangsamplituden zwischen Anfangs- und Endzustand Anregungen höherer Ordnung in konsistenter Weise mit ein. Die Stärken der einzelnen Übergänge sind bei den kollektiven Kernmodellen durch reduzierte Übergangsamplituden charakterisiert, wobei diese im Falle des Rotationsmodells den statischen Deformationen β_λ des optischen Potentials entsprechen. Entwickelt man das optische Potential in eine Potenzreihe in β_λ^V und setzt diese in die gekoppelten Gleichungen (Kap. IV.2, Gl. (2)) ein, so erhält man für die Gesamtübergangsamplitude zum betrachteten Endzustand implizit eine Potenzreihenentwicklung nach den Deformationsparametern. Obwohl der Vorteil der CC-Methode gerade darin besteht, diese Entwicklung nicht explizit durchführen zu müssen, was in höherer Ordnung auch praktisch unmöglich wäre, ist es doch sinnvoll, nach den führenden Termen dieser

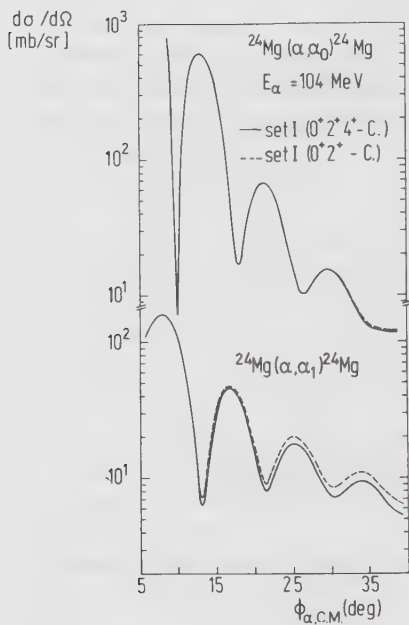
Entwicklung zu fragen. Nimmt man den hier interessierenden Übergang vom Grundzustand zum ersten angeregten 2^+ -Zustand und geht von reiner Quadrupoldeformation aus, so entsprechen die Hauptterme der Entwicklung dem in Figur 25 gezeigten Schema.



Figur 25: Schema der Hauptterme der Entwicklung der Übergangsamplituden nach Potenzen von β_2

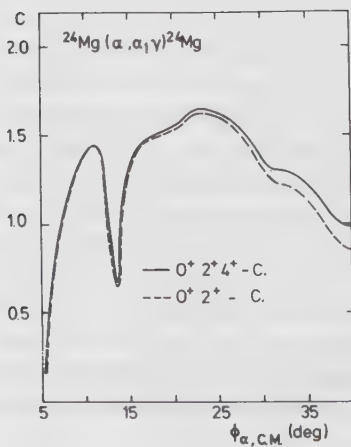
Den Hauptbeitrag liefert der Term linear in β_2 , der auch in der gewöhnlichen DWBA berücksichtigt wird (mit (1) bezeichnet). Aus der Entwicklung des deformierten Potentials ergibt sich ein Term quadratisch in β_2 (mit (2) bezeichnet), vor allem dessen Berücksichtigung ist letztlich verantwortlich für die Sensitivität der CC-Analysen auf das Vorzeichen der Quadrupoldeformation (vgl. hierzu auch Kap. IV, 3). Aus den Mehrstufenübergängen (3) und (4) ergeben sich Terme mit β_2^3 . Die Ankopplung des 4^+ -Zustandes liefert wie aus Figur 25 ersichtlich grob gesprochen zum Übergang $0^+ \rightarrow 2_1^+$ Beiträge, die in niedrigster Ordnung von β_2^3 abhängen *). Man erwartet deshalb keine drastischen Unterschiede beim Übergang von einer $0^+-2^+-4^+$ -Kopplung zu einer 0^+-2^+ -Kopplung. Die Ergebnisse sind

*) Bei der elastischen Streuung ist der Einfluß des 4^+ -Zustandes noch wesentlich geringer, da hier der niedrigste Zusatzterm, der durch die Ankopplung des 4^+ -Zustandes ins Spiel kommt, von β_2^4 abhängt.



Figur 26:

Unterschied der CC-Rechnungen in den differentiellen Wirkungsquerschnitten bei Verwendung einer $0^+ 2^+ 4^+$ -Kopplung bzw. einer $0^+ 2^+$ -Kopplung



Figur 27:

Unterschied der CC-Rechnungen in der Größe C bei Verwendung einer $0^+ 2^+ 4^+$ -Kopplung bzw. einer $0^+ 2^+$ -Kopplung

in Figur 26 und 27 anhand der Wirkungsquerschnitte und der Größe C gezeigt. Verwendet wurde jeweils der Parametersatz I aus Tabelle 1 im Anhang B. Man sieht, daß die Effekte im Wirkungsquerschnitt und der Korrelationsgröße C zwar sichtbar sind, aber am Verlauf wenig ändern. Die Unterschiede könnten weitgehend durch eine Variation der Potentialparameter in "vernünftigen" Grenzen aufgefangen werden. Um jedoch die Potentialparameter möglichst gut festzulegen, wurde im vorliegenden Fall immer mit $0^+-2^+-4^+$ -Kopplung gerechnet. Die Ankopplung eines 6^+ -Zustandes würde für den $0^+ \rightarrow 2^+$ Übergang praktisch ohne Einfluß bleiben ⁶⁾. Pauschal läßt sich sagen: Interessiert der Übergang zum n-ten Zustand einer Rotationsbande, so reicht es aus, die Kopplung bis zum (n+1)-ten Bandenmitglied mitzunehmen.

Neben dem Einfluß höherer Kopplungsterme im Kernanteil der Wechselwirkung wurde auch der Einfluß der Coulombanregung untersucht. In allen Rechnungen war Coulombanregung eingeschlossen. Hierbei wurde von einem geladenen Ellipsoid mit scharfem Rand ausgegangen, das dieselbe Deformation besaß wie der Kernanteil. Der Beitrag der Coulombanregung war jedoch immer innerhalb der Zeichengenauigkeit der gezeigten Rechnungen. Dies ist auf die relativ hohe Einschußenergie zurückzuführen. Rechnungen bei niedrigeren Einschußenergien liefern größere Beiträge der Coulombanregung.

C. CC-Analysen im Rahmen eines semimikroskopischen Faltungsmodells

α) Idee des Faltungsmodells

Elastische Streuung

CC-Analysen, bei denen die Kopplungspotentiale im Rahmen des erweiterten optischen Potentials ("makroskopisches Modell") gewonnen werden, liefern wie im vorhergehenden Kapitel beschrieben, Deformationsparameter. Diese sind jedoch bezogen auf das optische Potential und nicht auf die Massenverteilung des Kernes. Als Folge der kurzen Reichweite der Kernkräfte scheint es plausibel, daß die Gestalt des optischen Potentials im wesentlichen der Massenverteilung des Kernes folgt, so daß sich insbesondere bei einem deformierten Kern auch ein deformiertes Potential ergibt. Grundsätzlich verknüpft das optische Potential als Wechselwirkungspotential jedoch Eigenschaften des Targets und des Projektils und beschreibt nicht Eigenschaften des Kernes alleine. Die aus dem "makroskopischen Modell" extrahierten Deformationsparameter sind daher nicht ohne weiteres zu einem Vergleich mit den Ergebnissen andersartiger Experimente, z.B. Elektronenstreudaten, geeignet.

Das Faltungsmodell versucht nun, zumindest teilweise, die Reaktion ausgehend von der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung zu beschreiben und das für CC-Analysen wichtige optische Potential und seine Gestalt aus der Massenverteilung des Kernes und einer effektiven Wechselwirkung zwischen Projektil und gebundenen Teilchen abzuleiten. Beschreibungen von Faltungsmodellansätzen finden sich z.B. in Ref. ²⁷⁾ und ²⁸⁾. Das hier verwendete Faltungsmodell ist ausführlich in Ref. ²⁹⁾ beschrieben. Im folgenden seien nur kurz einige Punkte aufgeführt, die zum Verständnis des Modells dienen sollen: Der wesentliche Zusammenhang zwischen dem Realteil U_R des optischen Potentials und der Nukleonenverteilung ϱ_m im Kern, vermittelt durch eine effektive Projektil-Nukleon-Wechselwirkung V_{eff} , wird geschrieben als

$$U_R(\vec{r}_\alpha) = \int V_{\text{eff}}(\vec{r}_\alpha, \vec{r}) \varrho_m(\vec{r}) d^3r \quad (1)$$

$$\text{wobei } g_m = \left\langle 0 \left| \sum_{i=1}^A \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \right| 0 \right\rangle$$

Dieser Ausdruck ergibt sich als Hauptterm einer Vielfachstreuentwicklung von $U_R(\vec{r}_\alpha)$ ³⁰⁾.

Das Projektil wird als inert betrachtet und über seine Nukleonverteilung wird nicht gefaltet ^{*}). Die endliche Ausdehnung des Projektils wird in der Reichweite von V_{eff} berücksichtigt. Für die effektive Wechselwirkung V_{eff} wird beim hier verwendeten Modell eine Gaußform angenommen:

$$V_{\text{eff}}(\vec{r}, \vec{r}_\alpha) = \lambda_R(E) \cdot V_0 \cdot \exp \left[-|\vec{r} - \vec{r}_\alpha|^2 / \mu_0^2 \right] \quad (2)$$

Nach Untersuchungen von Batty ³¹⁾ ist dies für α -Teilchen unter den gängigen Formen der optimale Ansatz für die Wechselwirkung. Da wegen der starken Absorption der α -Teilchen bei der Streuung nur das Potential in der Umgebung des Absorptionsradius (Potentialrandes) entscheidend ist, ergibt sich eine Mehrdeutigkeit zwischen den Parametern λ_R , V_0 und μ_0 . Batty fand heraus, daß sich diese Mehrdeutigkeit in der Form

$$\lambda_R \cdot V_0 \cdot \mu_0^6 = \text{const} \quad (3)$$

schreiben läßt. Alle Parameter in gewissen Grenzen, die diese Bedingung erfüllen, liefern am Absorptionsradius annähernd gleichen Potentialverlauf. Theoretische Werte für die Stärke V_0 und die Reichweite μ_0 erhält man durch Mittelung der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung über die interne Bewegung des α -Teilchens. Experimentelle Werte lassen sich aus der Nukleonenstreuung an ^4He gewinnen. Der energieabhängige Faktor $\lambda_R(E)$ stellt eine Korrektur der Wechselwirkung des α -Teilchens mit den gebundenen Nukleonen des Targetkerns gegenüber der freien α -Nukleon-Wechselwirkung dar. Diese Größe läßt sich durch Anpassung an das Experiment gewinnen. Dieser Weg wurde auch im vorliegenden

^{*}) Im Falle von α -Teilchen als Projektil sollte dies eine gute Näherung darstellen; bei Schwerionen wäre eine zusätzliche Faltung über die Nukleonverteilung des Projektils erforderlich.

Fall beschritten. Außerdem kann λ_R über die effektive Wechselwirkung an Kernen geeicht werden, deren Nukleonenverteilung als bekannt angenommen werden kann. So hat z.B. Bernstein ³²⁾ diese Anpassung am Kern ⁴⁰Ca vorgenommen. Für diesen Kern sollte die Protonen- und Neutronenverteilung gleich sein. Deshalb kann hier aus der Ladungsverteilung des Kerns, die mit Hilfe von Elektronenstreuung experimentell bestimmt werden kann, die Nukleonenverteilung des Kerns ermittelt werden. Die Nukleonenverteilung wird hierzu wie auch in der vorliegenden Arbeit in einer Fermigestalt parametrisiert:

$$\rho_m(r) = \rho_0 / (1 + \exp [(r - c_m) / a_m]) \quad (4)$$

Für Tiefe und Reichweite der Gaußverteilung (Gl. (2)) setzte Bernstein $V_0 = 37$ MeV, $\mu_0 = 2.00$ fm. Diese Werte entsprechen in etwa den aus der Nukleonenstreuung an ⁴He extrahierten Werten. Sie wurden auch in der vorliegenden Arbeit verwendet.

Inelastische Streuung

Das Faltungsmodell für elastische Streuung kann in natürlicher Weise auf die inelastische Streuung erweitert werden. Hierbei tritt an die Stelle der Kerndichte $\rho_m(r)$ die Übergangsdichte $\rho_{nn'}(r)$, die von den Wellenfunktionen des Anfangs- und Endzustandes abhängt:

$$\rho_{nn'}(\vec{r}) = \langle n' | \sum_{i=1}^A \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) | n \rangle$$

Die Kopplungspotentiale erhält man dann durch Faltung der effektiven Wechselwirkung mit der Übergangsdichte:

$$U_{nn'}(\vec{r}_\alpha) = \int \rho_{nn'}(\vec{r}) V_{\text{eff}}(\vec{r}, \vec{r}_\alpha) d^3r$$

Beim Modell des Rotators geht man dabei von einer deformierten Fermigestalt für die Übergangsdichte aus, wobei die Deformationsparameter entweder aus der Anpassung an das Experiment gewonnen werden können oder z.B. durch die Werte, die aus Elektronenstreudaten extrahiert werden, festgelegt werden können.

Der Vorteil des Faltungsmodells besteht also darin, daß es mit Hilfe einer effektiven Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung den Bezug herstellt zwischen der Materieverteilung im Kern und dem Realteil des Potentials. Dadurch ist es einerseits möglich, durch Anpassung an die experimentellen Streudaten, hier α -Streudaten, experimentelle Größen, die die Nukleonenverteilung im Kern charakterisieren, zu extrahieren und diese z.B. mit den Ergebnissen von Elektronenstreuexperimenten zu vergleichen. Andererseits kann die Dichteverteilung mit Hilfe von Elektronenstreudaten festgelegt werden und dann geprüft werden, inwieweit das Faltungsmodell mit diesen fixierten Werten die α -Streudaten beschreiben kann.

Der Imaginärteil des optischen Potentials kann entweder proportional zum Realteil gesetzt werden oder in der üblichen Weise als Saxon-Woods-Form angenommen werden. In der vorliegenden Arbeit wurde der zweite Weg beschritten.

β) Vergleich mit den experimentellen Daten

Die Faltungsmodellanalysen sowohl der differentiellen Wirkungsquerschnitte als auch der Korrelationsdaten erfolgte mit dem Programm ECIS unter Einbeziehung der Routine "FOLSRO" am Rechenzentrum des Kernforschungszentrum Karlsruhe.

Bei der Analyse wurde folgendermaßen vorgegangen: Zunächst wurden die Parameter a_m und c_m der Fermiverteilung der Nukleonen, der r.m.s.-Radius $\langle r^2 \rangle^{1/2}$, der gegeben ist durch $\langle r^2 \rangle = \int r^2 \rho(\vec{r}) dr$ und die Deformationsparameter β_2 und β_{433} mit Hilfe von Elektronenstreudaten von Nakada und Torizuka³³⁾ festgelegt. Diese Autoren erhielten für die Ladungsverteilung folgende Werte:

$$\langle r^2 \rangle_{\text{Ladung}}^{1/2} = 3.03 \text{ fm}, c_{\text{Ladung}} = 2.94 \text{ fm und } a_{\text{Ladung}} = 0.53 \text{ fm},$$

sowie $\beta_2 = 0.47$ und $\beta_4 = -0.03$, wobei diese aus den Multipolmomenten Q_{20} und Q_{40} extrahiert wurden.

Diese Werte können jedoch nicht unmittelbar für die Faltungsmodellanalysen verwendet werden, denn sie sind bezogen auf die

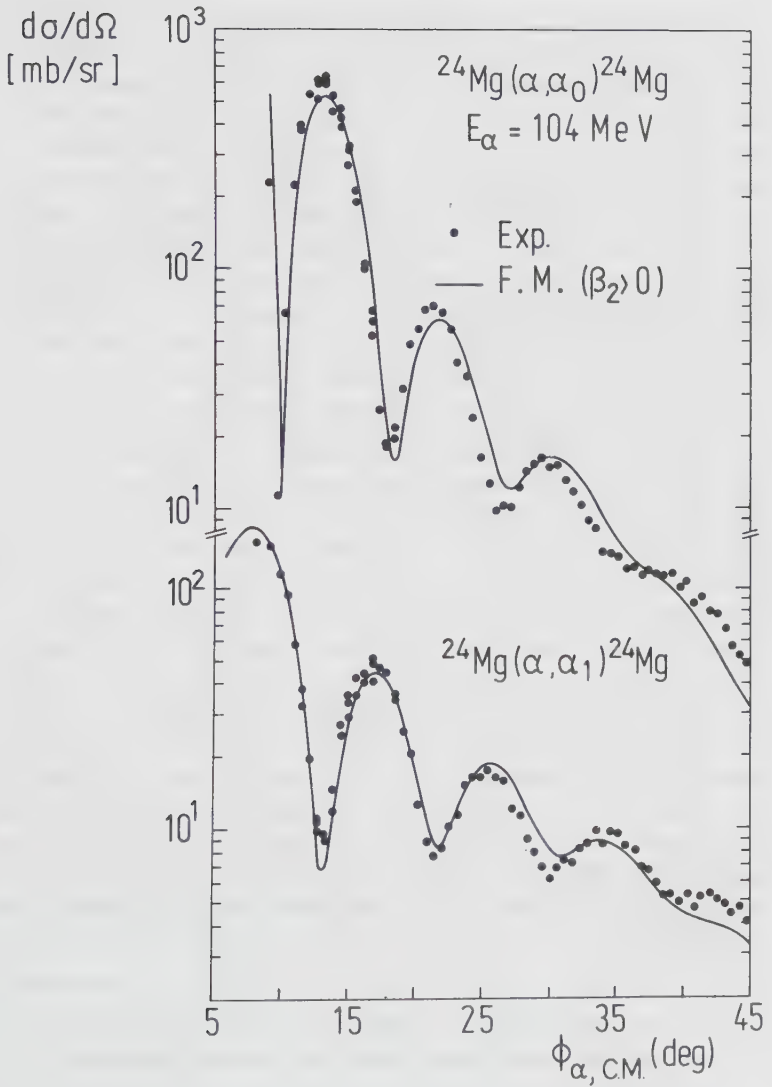
Ladungsverteilung. In das Faltungsmodell geht jedoch nicht die Ladungsverteilung, sondern die Verteilung der Mittelpunkte der Protonen ein. Der zugehörige r.m.s.-Radius $\langle r^2 \rangle_p$ ist verknüpft mit dem r.m.s.-Radius der Ladungsverteilung über die Beziehung

$$\langle r^2 \rangle_{\text{Ladung}} = \langle r^2 \rangle_p + \langle r^2 \rangle_{\text{e.p.}}$$

wobei $\langle r^2 \rangle_{\text{e.p.}}^{1/2} = 0.8 \text{ fm}$ die Ladungsverteilung eines einzelnen Protons charakterisiert (vgl. hierzu Ref. ³⁴). An den hiermit erhaltenen r.m.s.-Radius $\langle r^2 \rangle_p$ müssen dann die Parameter a und c der Fermiverteilung neu angepaßt werden. Dies kann z.B. durch eine Anpassung der Diffusenness $a_{\text{Ladung}} \rightarrow a_m$ bei festgehaltenem $c_m = c_{\text{Ladung}}$ oder durch eine Anpassung von $c_{\text{Ladung}} \rightarrow c_m$ bei festgehaltener Diffusenness $a_m = a_{\text{Ladung}}$ berücksichtigt werden. Im vorliegenden Fall wurde die Diffusenness neu angepaßt.

Analyse der differentiellen Wirkungsquerschnitte

Zunächst wurde untersucht, inwieweit semimikroskopische Analysen dieses Typs in der Lage sind, die experimentellen Wirkungsquerschnitte wiederzugeben. Insbesondere stellte sich die Frage, von welcher Güte die Übereinstimmung im Vergleich zu den Analysen des "makroskopischen" Modells auf der Basis des erweiterten optischen Potentials ist. Das Kopplungsschema bei den Faltungsmodellanalysen war wie bei den makroskopischen Analysen $0^+ - 2^+ - 4^+$ unter Einbeziehung der Coulombanregung. Es wurde zunächst versucht, die Wirkungsquerschnitte der elastischen und inelastischen Streuung zum ersten angeregten Zustand simultan im gesamten gemessenen Winkelbereich von $6,5^\circ \lesssim \phi_{\alpha, \text{Lab}} \lesssim 45^\circ$ zu fitten. Hierbei wurden als Startparameter für den Realteil und für die Deformationen β_2 und β_4 die Parameter, die aus den genannten Elektronenstreudaten gewonnen wurden, verwendet. Beim Fit wurden dann vom Realteil die Diffusenness a_m , sowie alle Parameter des Imaginärteiles und die Quadrupoldeformation β_2 variiert. Dabei ergab sich wieder für jedes Deformationsvor-



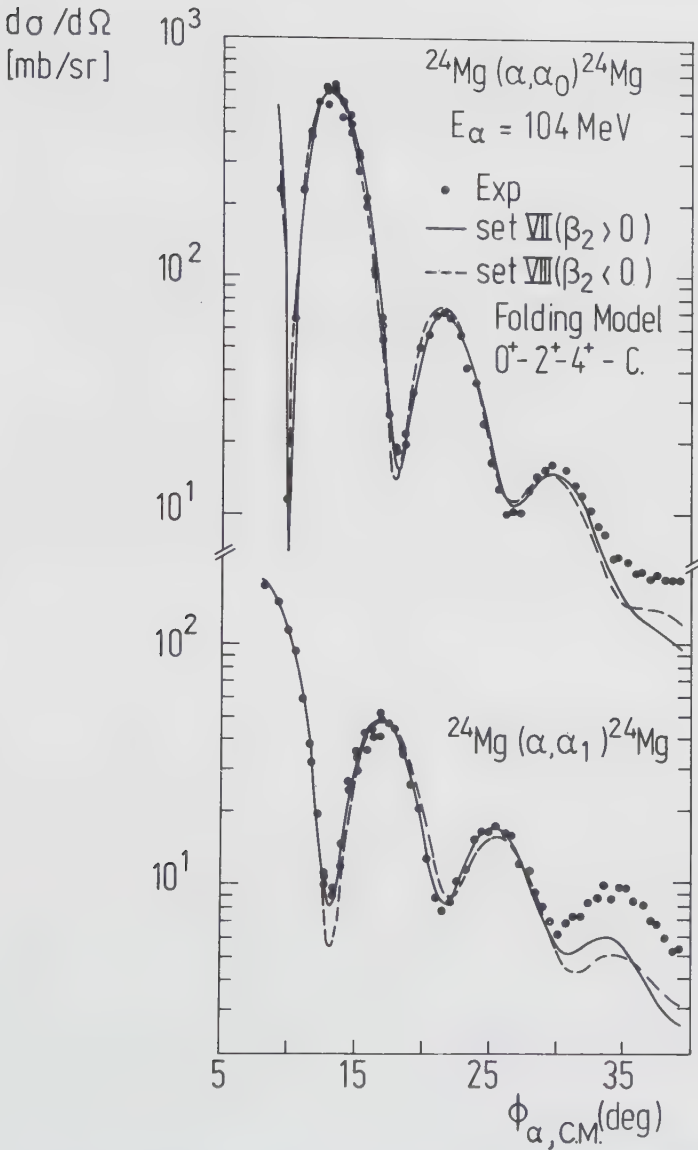
Figur 27: Experimentelle differentielle Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_0)$ und $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1)$ mit dem "besten Fit" der Faltungsmodellanalysen für prolata Deformation. Anpassung im gesamten untersuchten Winkelbereich

zeichen eine optimale Anpassung (Minimum im χ^2). In Figur 27 ist der beste Fit für $\beta_2 > 0$ gezeigt. Man sieht, daß die Übereinstimmung mit den experimentellen Punkten erheblich schlechter ist als bei der besten Anpassung des "makroskopischen" Modells (Fig. 11). Insbesondere wird die Phasenlage durch die Faltungsmodellrechnung bereits bei Vorwärtswinkeln relativ schlecht wiedergegeben ^{*)}. Dies liegt jedoch, wie sich zeigen wird, an der Einbeziehung der experimentellen Werte bei größeren Streuwinkeln in den Fit. Um die Rechnung auch bei größeren Streuwinkeln einigermaßen mit den experimentellen Daten in Übereinstimmung zu bringen, läuft der Fit zu Parametern, die im gesamten anderen Winkelbereich eine deutliche Verschlechterung der Übereinstimmung bewirken.

Bei einer zweiten Analyse zur Anpassung der Parameter wurden deshalb nur die experimentellen Werte zu Streuwinkeln $\phi_{\alpha,CM} \leq 30^\circ$ verwendet. Als Endwerte dieses Fits ergaben sich für prolate Deformation ($\beta_2 > 0$) der Parametersatz VII und für oblate Deformation ($\beta_2 < 0$) der Parametersatz VIII in Tabelle 2 im Anhang B. Figur 28 zeigt den Vergleich mit den experimentellen Daten. Die durchgezogene Kurve gehört jeweils zu der Analyse mit $\beta_2 > 0$. Sowohl elastischer als auch inelastischer Wirkungsquerschnitt werden durch diese Rechnung im Bereich $\phi_{\alpha,CM} \leq 30^\circ$ sehr gut wiedergegeben. Für Streuwinkel $\phi_{\alpha,CM} > 30^\circ$ bleibt die Rechnung jedoch deutlich unter den experimentellen Werten. Dieses Verhalten wurde bei Analysen mit dem hier verwendeten Faltungsmodell auch bei anderen Kernen beobachtet ³⁵⁾. Die Ursache hierfür ist vermutlich in der einfachen Form der effektiven Wechselwirkung und der im Faltungsmodellansatz fehlenden Antisymmetrisierung zu suchen ^{**)}. Es wird hier aufgezeigt, daß die

*) Bei der besten Anpassung für $\beta_2 < 0$ ist die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten noch etwas schlechter.

**) Eine Antisymmetrisierung fehlt zwar auch beim "makroskopischen Modell", jedoch kann dort die fehlende Korrektur wegen der größeren Freiheit bei den Potentialparametern leichter aufgefangen werden.



Figur 28: Experimentelle differentielle Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_0)^{24}\text{Mg}$ und $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1)^{24}\text{Mg}$ mit den "besten Fits" der Faltungsmodellanalysen für $\beta_2 > 0$ (Satz VII) und $\beta_2 < 0$ (Satz VIII). Anpassung im Bereich $\phi_{\alpha, \text{CM.}} \leq 30^\circ$

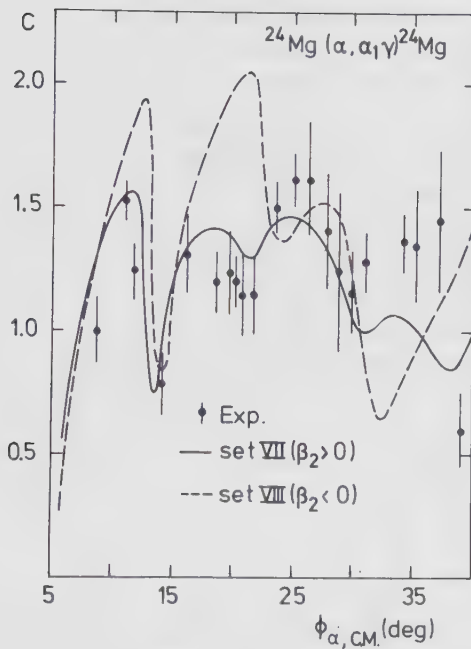
Anwendbarkeit des Faltungsmodells in dieser Form zwar auf den Diffraktionsbereich beschränkt ist, dort jedoch eine ausgezeichnete Beschreibung der vorliegenden experimentellen Daten liefert.

Die gestrichelten Kurven in Figur 28 gehören zu dem besten Fit für oblate Deformation. Die Übereinstimmung bei der elastischen Streuung ist ähnlich gut wie im prolaten Fall, beim inelastischen Wirkungsquerschnitt ist sie etwas schlechter. Dies drückt sich auch in den χ^2 -Werten aus: $\chi^2 = 4,4$ für $\beta_2 > 0$ bzw. $\chi^2 = 8.7$ für $\beta_2 < 0$.

Für den Deformationsparameter β_2 ergibt sich aus diesen Fits $\beta_2 = 0.47$ bzw. $\beta_2 = -0.66$. Diese Werte sind deutlich größer als diejenigen der "makroskopischen" Analyse von $\beta_2 = 0.34$ bzw. $\beta_2 = -0.45$. Dies drückt den quantitativen Unterschied zwischen Potentialdeformation, wie sie beim "makroskopischen" Modell extrahiert wird, und Kerndeformation, wie sie Faltungsmodellanalysen liefern, aus.

Vergleich mit den Korrelationsdaten

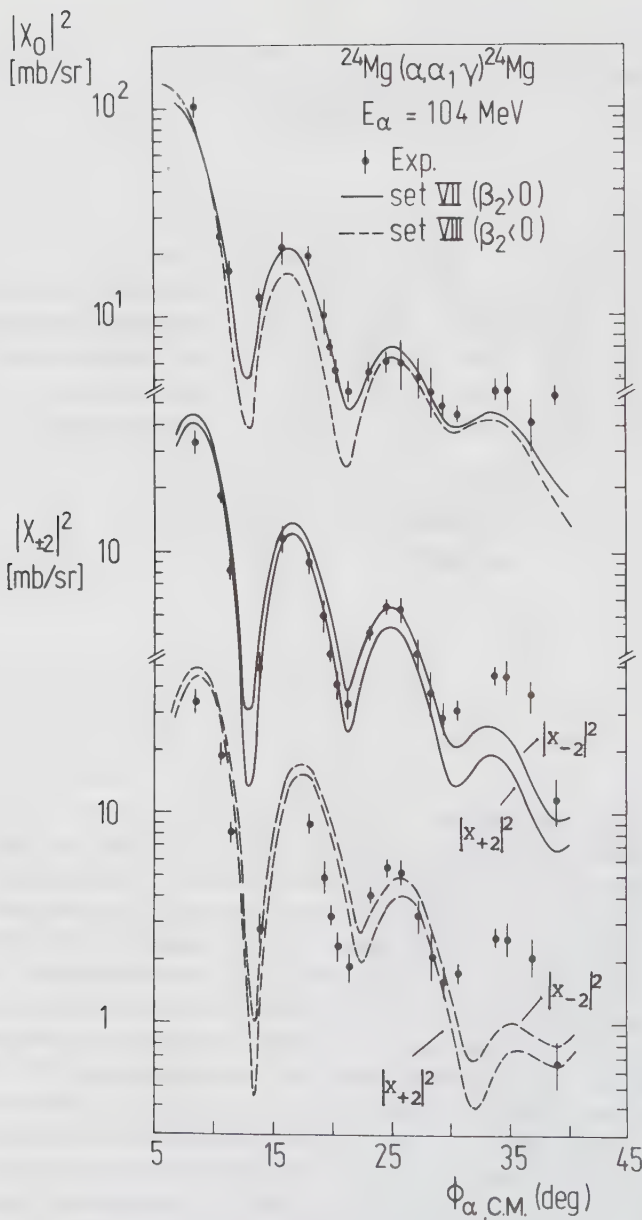
Sämtliche Rechnungen mit dem Faltungsmodell ergaben wie beim makroskopischen Modell in Übereinstimmung mit den experimentellen Werten im gesamten Winkelbereich sehr kleine Werte für die Kernpolarisation A (10^{-4} bis 10^{-2}). Die Phase ϕ_2 wurde im Rahmen des Faltungsmodells nicht näher untersucht, da sie mit dem Code ECIS in der vorliegenden Version nicht explizit berechnet werden kann. Vom Einbau einer entsprechenden Routine wurde abgesehen, da die Analysen im Rahmen des "makroskopischen" Modells gezeigt hatten, daß die Phase ϕ_2 nur wenig sensitiv auf eine Variation der Potential- und Deformationsparameter reagiert. Das Hauptaugenmerk der Faltungsmodellanalysen galt wie beim "makroskopischen" Modell der Größe C und den Beiträgen der Übergangsamplituden. Figur 29 zeigt den Vergleich zwischen den experimentellen Werten der Größe C und den Faltungsmodellrechnungen für die Sätze VII ($\beta_2 > 0$) und VIII ($\beta_2 < 0$). Wie beim makroskopischen Modell wurde auch hier nicht



Figur 29:

Experimentelle Werte der Größe C verglichen mit Faltungsmodellanalysen zu den Parametersätzen VII ($\beta_2 > 0$) und VIII ($\beta_2 < 0$)

an die Korrelationsdaten angepaßt. Die Rechnung für die prolate Deformation (durchgezogene Kurve) ist bis 30° in sehr guter Übereinstimmung mit den experimentellen Werten, für Winkel größer 30° ergeben sich wie beim Wirkungsquerschnitt Abweichungen in der Absoluthöhe. Die Rechnung zu oblater Deformation (gestrichelte Kurve) kann die experimentellen Punkte nicht beschreiben. Sie paßt in weiten Bereichen weder im Absolutwert noch in der Phase. In Figur 30 sind die Betragsquadrate der Übergangsamplituden mit den Rechnungen verglichen. Zur Bestimmung der experimentellen Werte wurde wieder $A \approx 0$ gesetzt. Die Rechnung zur prolaten Deformation liefert erwartungsgemäß auch hier sehr gute Übereinstimmung bis 30° , während die Rechnung zur oblaten Deformation erheblich schlechter paßt, insbesondere im Winkelbereich zwischen 15° und 25° . Ab etwa 30°



Figur 30: Experimentelle Werte der Betragsquadrate der Übergangsamplituden X_0 , X_{+2} verglichen mit den Faltungsmodell-Rechnungen zu den Parametersätzen VII ($\beta_2 > 0$) und VIII ($\beta_2 < 0$)

liefert das Modell bei beiden Deformationsvorzeichen für die Amplituden $|X_{+2}|$ und $|X_{-2}|$ wesentlich kleinere Werte als das Experiment, während die Amplitude $|X_0|$ noch relativ gut beschrieben wird. Es bleibt zu untersuchen, ob dies eine systematische Erscheinung ist, die auch bei anderen Kernen auftritt.

Auch bei den Faltungsmodellanalysen wurden die Potentialparameter ausgiebig nach dem in Kap. IV, 2b für das "makroskopische" Modell beschriebenen Verfahren variiert. Die charakteristischen Unterschiede bei den Korrelationsgrößen zwischen den Rechnungen zu oblater und prolater Deformation erwiesen sich auch hier als unabhängig von den Potentialparametern.

Die hier durchgeführten Analysen zeigen am Beispiel der Reaktion $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1 \gamma) ^{24}\text{Mg}$, daß das verwendete Faltungsmodell nicht nur in der Lage ist, bei 104 MeV Einschußenergie im Diffraktionsbereich die Wirkungsquerschnittsdaten gut zu beschreiben, sondern es liefert dort auch gute Übereinstimmung mit den Korrelationsdaten.

Vergleich mit Elektronenstreudaten

In den vorhergehenden Abschnitten wurde herausgestellt, daß das Faltungsmodell einen direkten Vergleich mit Elektronenstreudaten gestatten sollte und daß andererseits der Realteil des optischen Potentials mit Hilfe dieser (e, e') -Daten festgelegt werden kann. Bei der Analyse des vorliegenden Experimentes wurden - wie beschrieben - Elektronenstreudaten als Startparameter verwendet. Hierbei zeigte sich, daß die Faltungsmodellrechnungen mit diesen Parametern bereits eine gute Beschreibung sowohl der Wirkungsquerschnitte als auch der Korrelationsgrößen liefern. Die Anpassung an die α -Streudaten lieferte nur eine kleine Veränderung der Parameter. Insbesondere änderte sich die β_2 -Deformation praktisch nicht (Startwert der Elektronenstreudaten $\beta_2 = 0.47$, Endwert der Anpassung an die α -Streudaten $\beta_2 = 0.472$). Dies bestätigt, daß in der Tat die Form der Ladungsverteilung, die bei den (e, e') -Messungen extrahiert wird, auch quantitativ mit der Form der Nukleonverteilung, die aus den Faltungsmodellanalysen gewonnen wird, übereinstimmt.

3) Analytische Begründung der Sensitivität von $(\alpha, \alpha_1, \gamma)$ -
Korrelationsdaten auf das Vorzeichen der Quadrupolde-
formation im Rahmen eines einfachen Diffraktionsmodells

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde am Beispiel der Reaktion $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1, \gamma)$ gezeigt, daß derartige Winkelkorrelationsexperimente ein geeignetes Werkzeug sind, um das Vorzeichen der Quadrupoldeformation β_2 zu bestimmen. Bei den durchgeführten CC-Analysen auf der Basis des starren Rotators stellte sich heraus, daß vor allem die Korrelationsgröße C sehr sensitiv auf dieses Vorzeichen ist.

Eine analytische Begründung für die β_2 -Sensitivität von C im Rahmen des CC-Formalismus ist wegen der äußerst komplizierten Struktur der Übergangsamplituden als Folge der Kopplung der Radialgleichungen und der Partialwellenzerlegung wohl kaum möglich. Deshalb soll hier versucht werden, anhand eines einfachen Diffraktionsmodells, des sogenannten Fraunhofer'schen Modells von Blair (FB-Modell) ³⁶⁾, die Sensitivität der Größe C auf das Vorzeichen von β_2 plausibel zu machen.

Das FB-Modell wurde in der Zeit vor der Anwendung schneller Computer dazu verwendet, die elastische und inelastische Streuung bei mittlerer und hoher Einschußenergie im Diffraktionsbereich zu beschreiben. Dabei gelingt es, die Lage der Maxima und Minima im Wirkungsquerschnitt gut wiederzugeben. Verwendet man eine etwas verfeinerte Version, wie z.B. die "fuzzy-edge"-Variante von Inopin ³⁷⁾, so gelingt es, die Wirkungsquerschnitte im Diffraktionsbereich auch quantitativ zu beschreiben.

Das FB-Modell erlaubt es, geschlossene Ausdrücke für die Übergangsamplituden anzugeben ^{*)}. Man kann deshalb z.B. den Einfluß der Deformationsparameter auf diese Amplituden explizit verfolgen.

^{*)} Von Hayward und Schmidt ³⁸⁾ wurde bei der Diskussion ihrer α_1 - γ -Winkelkorrelationen behauptet, daß das FM-Modell keine Unterschiede zwischen den Übergangsamplituden zu den magnetischen Unterzuständen liefert. Diese Aussage ist i.a. nicht richtig und kann sich höchstens auf eine Formel für den Wirkungsquerschnitt beziehen, bei der durch Einführung asymptotischer Formen die Abhängigkeit von den magnetischen Unterzuständen bereits eliminiert wurde.

Es ist möglich, die Ausdrücke für die Übergangsamplituden im FB-Modell aus dem Bild einer optischen Beugung an einem Streuer bzw. Absorber abzuleiten³⁶⁾. Da bei der optischen Beugung die Struktur des Schattenbildes von der Gestalt des Absorbers abhängt, ist klar, daß sich die Deformation des Kernes im Schattenbild wiederfinden muß. Von Austern und Blair³⁹⁾ wurde gezeigt, daß sich die Ausdrücke des FB-Modells auch aus der allgemeinen Streutheorie unter Verwendung der adiabatischen Näherung unter gewissen Vereinfachungen herleiten lassen. Diese zweite Methode ist für unseren Zweck geeigneter, weil sie den unmittelbaren Bezug zu den üblichen kernphysikalischen Theorien zur Beschreibung von direkten Streuprozessen zuläßt. Auf eine detaillierte Wiedergabe dieser Methode soll hier verzichtet werden. Die Näherungen, die dabei verwendet werden, sollten dann gut sein, wenn erstens die Einschußenergie groß ist im Vergleich zur Anregungsenergie und zweitens die Teilchen bei der Streuung stark absorbiert werden³⁹⁾. Beide Annahmen sind im Falle der α -Streuung bei 104 MeV Einschußenergie gut erfüllt. In Ref.³⁹⁾ ist gezeigt, wie sich die adiabatischen Übergangsamplituden bei inelastischer Streuung an deformierten Kernen nach den Anregungsordnungen entwickeln lassen, wobei die n -te Anregungsordnung im Falle einer reinen Quadrupoldeformation β_2 abhängt von β_2^n . Bricht man diese Entwicklung nach der ersten Ordnung ab, so erhält man die Übergangsamplituden für "Einfachanregung", die den direkten Übergang vom Grundzustand zum betrachteten Zustand beschreiben. Für den hier interessierenden Übergang $0^+ \rightarrow 2^+$ sind die Übergangsamplituden dann proportional zu β_2 und der differentielle Wirkungsquerschnitt proportional zu β_2^2 . Wie in der DWBA hängen in diesem Fall sowohl der differentielle Wirkungsquerschnitt als auch die Größen der Teilchen- γ -Korrelationen nur vom Betrag, nicht aber vom Vorzeichen von β_2 ab.

Explizit erhält man beim FB-Modell für die Übergangsamplituden zwischen den magnetischen Unterzuständen der inelastischen Anregung in erster Ordnung (z-Achse in Strahlrichtung)³⁹⁾:

$$\begin{aligned}
 X_{I, M_I}(1) &= i k R_0 \cdot C_1(I) \cdot \left(\frac{2I+1}{4\pi}\right)^{1/2} \cdot [I : M_I] \cdot J_{|M_I|}(x) \quad (1) \\
 &\text{für } (I + M_I) = \text{gerade} \\
 &= 0 \quad \text{für } (I + M_I) = \text{ungerade}
 \end{aligned}$$

wobei $J_{M_I}(x)$ die M_I -te sphärische Besselfunktion ist. Das Argument x ist definiert als Produkt aus Streuwinkel Θ , Impuls k des Projektils und Kernradius R_0 : $x = k \cdot R_0 \cdot \Theta$
 $C_1(I)$ enthält die Deformation des Kernes:

$$C_1(I) = \frac{\beta_I \cdot R_0}{\sqrt{2I + 1}}$$

und $[I : M_I]$ ist definiert durch

$$[I : M_I] = i^I \cdot \frac{[(I + M_I)! (I - M_I)!]^{1/2}}{(I + M_I)!! (I - M_I)!!},$$

so daß insbesondere $X_{I, -M_I}(1) = X_{I, M_I}(1)$ gilt.

Betrachtet man den Ausdruck für die Übergangsamplituden in zweiter Ordnung in den kollektiven Koordinaten, so tritt zu dem Term der "Einfachanregung" (proportional zu β_I) ein Term für die "Doppelanregung", der sich schreiben läßt als:

$$X_{I, M_I}(2) = \frac{i k}{2} \cdot C_2(I) \cdot \left(\frac{2I+1}{4\pi}\right)^{1/2} [I : M_I] \left[(1+x \frac{d}{dx})^J\right]_{|M_I|}(x) \\ + \frac{i k}{2} \Delta_{I, M_I} (-i)^{M_I} J_{|M_I|}(x) \quad (2)$$

$$\text{wobei } C_2(I) = \frac{\langle L_0 I_0 | L_x | L_0 \rangle^2}{\sqrt{4\pi}} (\beta_L R_0)^2$$

Der zweite Term in Gl. (2) enthält Ausdrücke Δ_{I, M_I} . Diese Größen wurden in der Literatur ⁴⁰⁾ bisher nur für einen Spezialfall ($I = 4$) berechnet. Wie sie im Prinzip zu bilden sind, ist in Ref. ³⁹⁾ angegeben. Obwohl Austern und Blair in Ref. ³⁹⁾ schreiben, daß der zweite Term in Gleichung (2) im asymptotischen Bereich ($x \rightarrow \infty$) gegenüber dem ersten Term, der einen Anteil proportional zu x enthält, vernachlässigbar ist, muß darauf hingewiesen werden, daß dieser Term bei kleinen Winkeln, d.h. im eigentlichen Gültigkeitsbereich des FB-

Modells, gegenüber dem ersten Term durchaus nicht vernachlässigt werden darf. So kann der charakteristische Verlauf der Größe C im Rahmen des FB-Modells nur bei Hinzunahme dieses Terms erklärt werden, da die beiden Terme in Gl. (2) hier von der gleichen Größenordnung sind und stark miteinander interferieren.

Für den hier interessierenden Spezialfall $I = L = 2$ ergibt sich nach einiger Rechnung für die beiden Amplituden mit $M_I = 0$ und $M_I = 2$:

$$\Delta_{2,2} = (R_0 \cdot \beta_2)^2 \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{5}}{7 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$\Delta_{2,0} = (R_0 \cdot \beta_2)^2 \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{5}}{7 \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{2}$$

Die Amplituden für die Doppelanregung sind im hier interessierenden Fall $I = 2$ also proportional zu β_2^2 .

Für die Gesamtamplituden $X_{I,M_I} = X_{I,M_I}(1) + X_{I,M_I}(2)$ erhält man damit die Interferenz zwischen den verschiedenen Anregungsordnungen und damit für den hier betrachteten Fall eines Überganges $0^+ \rightarrow 2^+$ eine Interferenz zwischen Termen proportional zu β_2 und β_2^2 . Hieraus ergibt sich eine Abhängigkeit vom Vorzeichen der Quadrupoldeformation, da beim Wechsel des Vorzeichens von β_2 sich das Vorzeichen im Term für die Einfachanregung umdreht, jedoch nicht im Term für die Doppelanregung. Das macht sich im differentiellen Wirkungsquerschnitt in einer leichten Phasenverschiebung der Diffraktionsstruktur bemerkbar. Eine ähnliche Phasenverschiebung wurde schon von Inopin⁴¹⁾ und Rebel⁴²⁾ festgestellt, allerdings wurde dort nur der 1. Term in Gl. (2) diskutiert. Eine ähnliche Phasenverschiebung liefern, wie in den vorhergehenden Kapiteln gezeigt, auch CC-Analysen auf der Basis des starren Rotators.

Um die Korrelationsgrößen im FB-Modell zu untersuchen, ist es erforderlich, die Amplituden, die bezüglich einer Z-Achse in Strahlrichtung definiert sind, in Richtung senkrecht zur Reaktionsebene zu drehen. Es gilt dann für die gedrehten Amplituden X_{M_I} im Falle $I = 2$:

$$\begin{aligned}x_{-2}^{\perp} = x_2^{\perp} &= -\frac{1}{4} x_2 + \sqrt{\frac{3}{8}} x_0 - \frac{1}{4} x_{-2} \\&= -\frac{1}{2} x_2 + \sqrt{\frac{3}{8}} x_0\end{aligned}\quad (3)$$

$$x_0^{\perp} = -\sqrt{\frac{3}{8}} x_2 - \frac{1}{2} x_0 - \sqrt{\frac{3}{8}} x_{-2} = -\sqrt{\frac{3}{2}} x_2 - \frac{1}{2} x_0$$

$$x_1^{\perp} = x_{-1}^{\perp} = \frac{1}{2} x_2 - \frac{1}{2} x_{-2} = 0$$

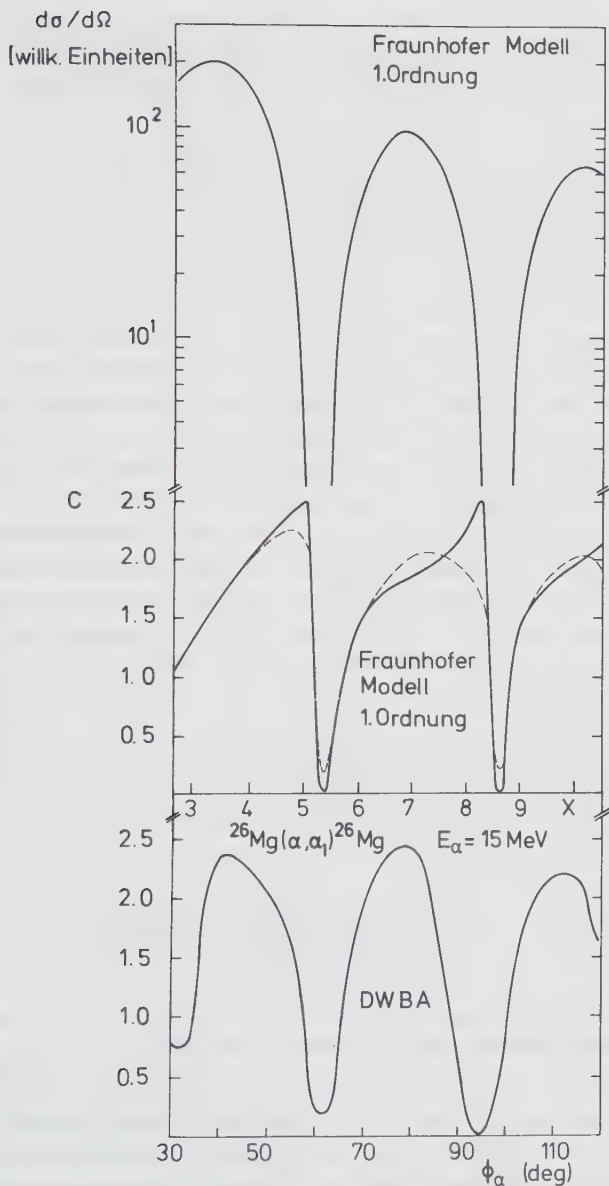
Die Größe C läßt sich dann für die Z-Achse senkrecht zur Strahlrichtung ausdrücken als

$$\begin{aligned}C &= 5 \cdot \frac{|x_2^{\perp}|^2}{2 \cdot |x_2^{\perp}|^2 + |x_0^{\perp}|^2} \\&= 5 \cdot \frac{\left|\sqrt{\frac{3}{8}} - \frac{1}{2} \frac{x_2}{x_0}\right|^2}{1 + 2 \left|\frac{x_2}{x_0}\right|^2}\end{aligned}\quad (4)$$

Setzt man für die Amplituden x_{MB} den Ausdruck für die erste Ordnung des FB-Modells ein, so erhält man unter Verwendung der üblichen Rekursionsformeln der Besselfunktionen für das Verhältnis der Amplituden

$$\frac{x_2}{x_0} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{2}{x} \frac{J_1(x)}{J_0(x)} - 1 \right) \quad (5)$$

und hieraus mit Gl. (4) einen Ausdruck für die Größe C. In Figur 31 mitte ist die Größe C in Abhängigkeit von x aufgetragen. Aus dem Zusammenhang $x = k \cdot R_0 \cdot \theta$ kann mit Hilfe der Lage der Minima im elastischen Wirkungsquerschnitt der Achsenmaßstab auf den Streuwinkel umgeeeicht werden. In Figur 31 oben ist der Wirkungsquerschnitt dargestellt. Man sieht, daß im FB-Modell an den Stellen der Minima im differentiellen



Figur 31: oben: Vorhersagen des Fraunhofer-Blair-Modells (1. Ordnung) für die Korrelationsgröße C und den differentiellen Wirkungsquerschnitt des Überganges $0^+ \rightarrow 2_1^+$.
unten: Eine DWBA-Rechnung für die Korrelationsgröße C

Wirkungsquerschnitt auch bei der Größe C Minima auftreten. Als Vergleich ist in Figur 31 unten ein mit Hilfe der DWBA berechnetes C aufgetragen. Dieser Vergleich ist deshalb vernünftig, weil beide Modelle in 1. Ordnung arbeiten. Da für die Reaktion $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha'\gamma)$ bei 104 MeV im Rahmen der vorliegenden Arbeit keine DWBA-Analysen durchgeführt wurden, wird als Beispiel die Reaktion $^{26}\text{Mg}(\alpha, \alpha'\gamma)$ bei 15 MeV, die am Erlanger Tandembeschleuniger untersucht wurde, gewählt. Der verwendete Potentialsatz wurde aus der Analyse des Wirkungsquerschnittes der inelastischen Streuung zum ersten angeregten Zustand gewonnen. Auch hier ergaben sich in der Größe C charakteristische Minima an den Stellen der Minima im Wirkungsquerschnitt. Die Übereinstimmung des simplen FB-Modells mit der DWBA-Rechnung, sogar bei dieser relativ niedrigen Einschüßenergie, ist überraschend gut. Der etwas kantige Verlauf der Größe C im FB-Modell erklärt sich aus den Näherungen in diesem Modell, welches eine extreme Lokalisation im Drehimpulsraum annimmt. Es trägt nur eine "Partialwelle", nämlich die dem klassischen Stoßparameter entsprechende, bei. Die Hinzunahme weniger benachbarter Partialwellen würde sich vor allem in einer Ausschmierung der Strukturen bemerkbar machen (in der Figur gestrichelt angedeutet).

Nimmt man nun die zweite Ordnung mit hinzu, so erhält man für $I = 2$ aus den angegebenen Ausdrücken von Gl. (1) und Gl. (2) für das Amplitudenverhältnis X_2/X_0 nach einigen Umformungen den Ausdruck

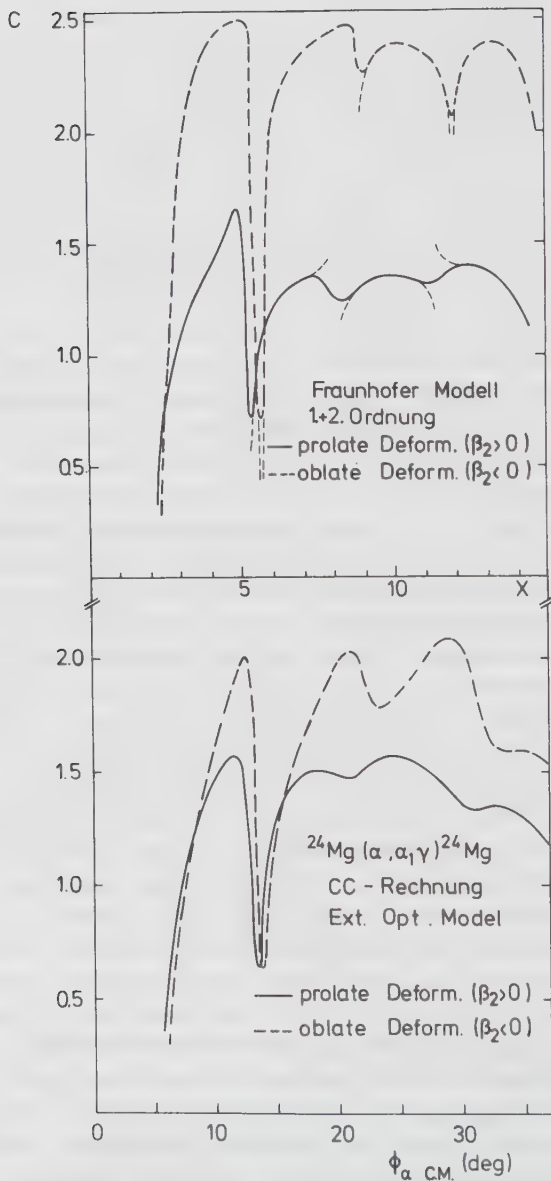
$$\frac{X_2}{X_0} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{[(1-6\sqrt{\pi})\varepsilon - 1] J_0(x) + \left\{ [1-(1-6\sqrt{\pi})\varepsilon] \cdot \frac{2}{x} + \varepsilon x \right\} J_1(x)}{[1 + (1-6\sqrt{\pi})\varepsilon] J_0(x) - \varepsilon x J_1(x)} \quad (6)$$

wobei der Parameter ε , definiert durch $\varepsilon = \sqrt{\frac{5}{\pi}} \cdot \frac{1}{14} \cdot \beta_2$, dem Deformationsparameter β_2 proportional ist.

Man erkennt in Gl. (6) deutlich eine Interferenzstruktur, die durch die Deformation des Kernes ins Spiel kommt. Mit Hilfe von Gl. (4) erhält man wieder die Größe C, in der diese Interferenzstruktur weitgehend erhalten bleibt. Die Korrelationsgröße C hängt in diesem einfachen Modell also nur von den De-

formationsparametern und der Einschußenergie ab, die aber lediglich den Maßstabsfaktor bestimmt (Dehnung und Stauchung des Beugungsbildes in Abhängigkeit von der Wellenlänge). Dies entspricht in groben Zügen auch den Ergebnissen der durchgeführten CC-Analysen, bei denen in der Größe C eine charakteristische Abhängigkeit von der Deformation des Kernes besteht und eine Variation der Potentialparameter sich nur wenig bemerkbar macht und insbesondere die charakteristische Abhängigkeit vom Vorzeichen der Quadrupoldeformation nicht überdecken kann.

In Figur 32 oben ist die mit Hilfe von Gl. (6) berechnete Korrelationsgröße C für prolatare ($\beta_2 > 0$) und oblate ($\beta_2 < 0$) Deformation aufgetragen. (Die Strukturen wurden hierbei wieder etwas ausgeschmiert.) Verwendet wurden dabei Werte von $\xi = \pm 0.03$, was einer Quadrupoldeformation von $\beta_2 \approx \pm 0.4$ entspricht. Man sieht, daß sich drastische Unterschiede zwischen prolater (durchgezogene Kurve) und oblater Deformation (gestrichelte Kurve) ergeben. In Figur 32 unten sind als Vergleich nochmals die CC-Rechnungen gezeigt, deren Parametersätze sich aus der Anpassung an die Wirkungsquerschnitte des vorliegenden Experimentes ergaben. Man erkennt, daß auch das FB-Modell die charakteristischen Unterschiede zwischen prolater und oblater Deformation, die bei den CC-Analysen auftreten, zumindest qualitativ liefert. Weiter sieht man, daß die Unterschiede zwischen den Rechnungen zu $\beta_2 > 0$ bzw. $\beta_2 < 0$ beim FB-Modell sogar noch größer sind als bei den CC-Rechnungen. Dies läßt sich natürlich auf die Einfachheit des Modells schieben. Eine qualitative Begründung läßt sich aber auch aus dem Fehlen der Terme dritter Ordnung im verwendeten Modell geben. Diese Terme wären proportional zu β_2^3 , würden also beim Übergang von prolater zu oblater Deformation so wie der Term erster Ordnung das Vorzeichen umdrehen und so die Effekte in der Größe C verkleinern. Man sollte ein solch einfaches Modell jedoch nicht überstrapazieren. Hier sollte nur plausibel gemacht werden, warum sich in der Größe C charakteristische, potentialunabhängige Unterschiede zwischen prolater und oblater Deformation ergeben, wodurch diese Größe geeignet ist, die Gestalt von Kernen zu untersuchen.



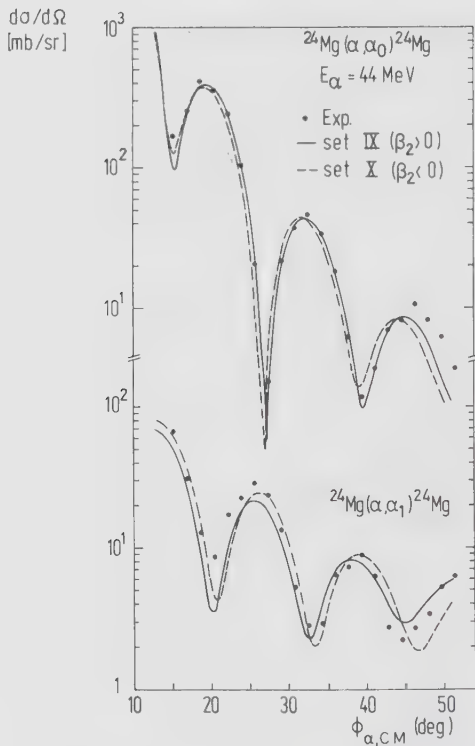
Figur 32: oben: Mit dem Fraunhofer-Blair-Modell (1. + 2. Ordnung) berechnete Korrelationsgröße C

unten: Mit "makroskopischen" CC-Rechnungen erhaltene Korrelationsgröße C für prolate und oblate Deformation unter Verwendung der bei den Analysen des vorliegenden Experimentes gewonnenen Parametersätze VI und VI'

4) Energieabhängigkeit der "prolat-oblat" Effekte

Die Analysen bei 104 MeV α -Einschußenergie zeigen, daß beim Kern ^{24}Mg neben den Streuquerschnitten auch die Teilchen- γ -Korrelationsdaten gut mit CC-Rechnungen beschrieben werden können. Außerdem stellen sich die $(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ -Korrelationsdaten als sehr empfindliche Testgrößen für die β_2 -Deformation heraus.

Die Analysen der $(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ -Messungen am Kern ^{26}Mg bei 15 MeV Einschußenergie ⁵⁾ haben gezeigt, daß hier die Korrelationsdaten mit CC-Rechnungen alleine nicht beschrieben werden können, sondern daß auch Compoundanteile eine Rolle spielen. Die genaue Bestimmung der Deformationsparameter, speziell ihres Vorzeichens, im Rahmen von CC-Analysen scheint deshalb bei niedrigen α -Einschußenergien problematisch. Um zu untersuchen, welche Verhältnisse im Energiebereich zwischen 15 MeV und 104 MeV vorliegen, wurden α -Streudaten an ^{24}Mg bei 44 MeV Einschußenergie ⁴³⁾ analysiert. Die CC-Analysen wurden hier nur auf der Basis des erweiterten optischen Potentials ("makroskopisches" Modell) durchgeführt. Als Kernmodell diente dabei wieder der starre symmetrische Rotator. Wie bei den Analysen bei 104 MeV Einschußenergie wurde der beste Fit für prolate und oblate Deformation durch simultane Anpassung der CC-Rechnung an die elastische und inelastische Streuung zum 2_1^+ -Zustand gewonnen. Die Ergebnisse dieser Anpassung sind in Figur 33 gezeigt. Zunächst fällt auf, daß die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment nicht so gut ist wie bei den 104 MeV-Daten. Auch hier sieht man jedoch vor allem beim inelastischen Wirkungsquerschnitt die charakteristische leichte Phasenverschiebung zwischen den Kurven für prolater und oblater Deformation. Der χ^2 -Wert ist für $\beta_2 > 0$ $\chi^2 = 6.6$ und für $\beta_2 < 0$ $\chi^2 = 11.8$. Auch hier ist also die prolate Deformation zu bevorzugen. Die zugehörigen Potentialsätze IX und X finden sich in Tabelle 1 im Anhang B. Die Quadrupoldeformationen sind $\beta_2 = 0.31$ bzw. $\beta_2 = -0.40$ und damit etwas kleiner als die Werte der Analysen bei 104 MeV Einschußenergie.

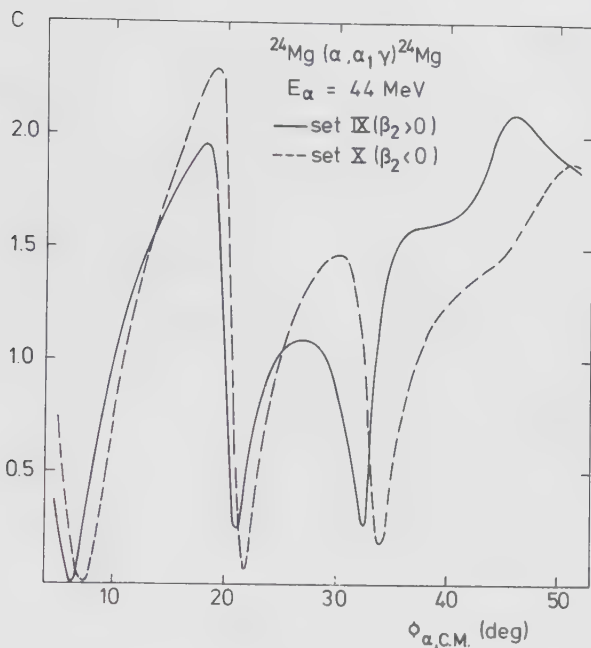


Figur 33:

Experimentelle differentielle Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_0)$ und $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1)$ bei 44 MeV mit den "besten Fits" der makroskopischen CC-Analysen für $\beta_2 > 0$ (Satz IX) und $\beta_2 < 0$ (Satz X)

In Figur 34 sind die Vorhersagen für die Korrelationsgröße C unter Verwendung der Sätze IX und X gezeigt. Es ergaben sich wie bei 104 MeV Einschubenergie erhebliche Unterschiede zwischen den beiden Rechnungen. Dies ist nicht überraschend, da sich das optische Potential mit der Energie nur schwach ändert.

Aus diesem Ergebnis läßt sich schließen, daß die Korrelationsgröße C immer dann einen empfindlichen Test für das Vorzeichen der Quadrupoldeformation zulassen sollte, wenn die (α, α_1) -Reaktion bei der betrachteten Einschubenergie nahezu vollständig über direkte Prozesse abläuft und im Rahmen des Rotationsmodells durch CC-Rechnungen gut beschrieben werden kann.



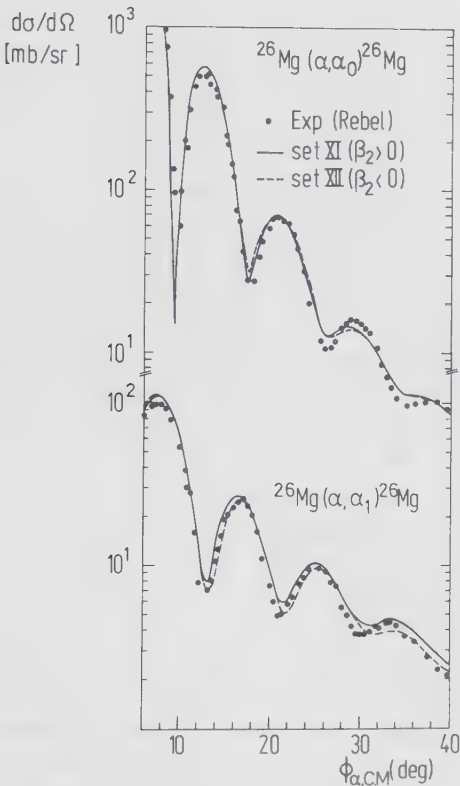
Figur 34: Vorhersagen der "makroskopischen" CC-Rechnungen für die Größe C der Reaktion $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1 \gamma)^{24}\text{Mg}$ bei 44 MeV unter Verwendung der Parametersätze IX ($\beta_2 > 0$) und X ($\beta_2 < 0$)

Ob zur betrachteten Reaktion auch Anteile anderer Reaktionsabläufe etwa Compoundprozesse beitragen, die im Wirkungsquerschnitt oft verborgen bleiben, kann durch eine Analyse der Korrelationsgröße A (Kernpolarisation) entschieden werden ⁵).

5) Ausblick

Zu Beginn der vorliegenden Arbeit war aus Untersuchungen von Rebel et al. bekannt, daß die α -Streuquerschnitte bei 104 MeV zu den tiefliegenden Zuständen bei Kernen im unteren Bereich der sd-Schale gut mit CC-Rechnungen sowohl auf der Basis des erweiterten optischen Modells ("makroskopisches" Modell) als auch im Rahmen eines semimikroskopischen Faltungsmodells beschrieben werden ^{6) 35)}. Dabei wurde mit Erfolg das Kernmodell des starren Rotators verwendet. Es zeigte sich dabei, daß die differentiellen Streuquerschnitte zur Bestimmung der Quadrupol- und Hexadekapoldeformation im Rahmen von CC-Analysen verwendet werden können. Speziell bei der Quadrupoldeformation tritt allerdings eine Zweideutigkeit bezüglich des Vorzeichens auf. In manchen Fällen ist eine Entscheidung für eines der beiden Vorzeichen möglich, notfalls unter Zuhilfenahme des χ^2 -Wertes des "best fit" für das jeweilige Vorzeichen.

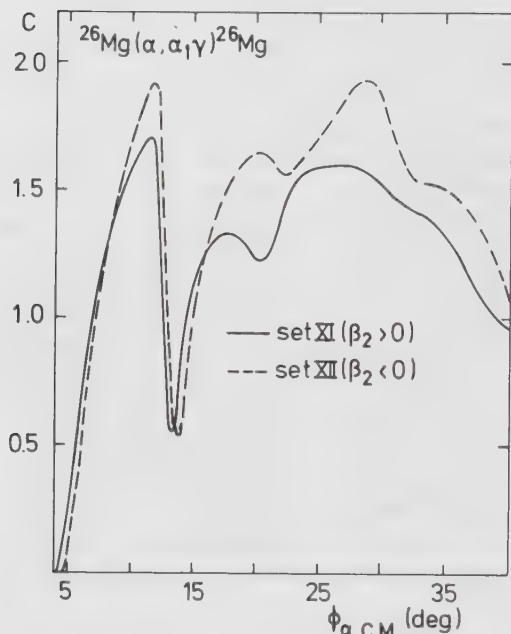
Die Analysen der $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ -Winkelkorrelationsmessungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit haben gezeigt, daß im Diffraktionsbereich auch die individuellen Übergangsamplituden zum ersten angeregten Zustand mit CC-Rechnungen sowohl auf der Basis des "makroskopischen" Modells als auch im Rahmen des semimikroskopischen Faltungsmodells gut beschrieben werden. Es konnte gezeigt werden, daß die $(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ -Winkelkorrelationsdaten einen sensitiveren Test für die Quadrupoldeformation, insbesondere für ihr Vorzeichen, erlauben als die Wirkungsquerschnitte. Besonders in der Korrelationsgröße C sind die Effekte zwischen prolater und oblater Deformation gut sichtbar, unabhängig von den Potentialparametern. Interessant wäre nun, Kerne zu untersuchen, bei denen das Vorzeichen der Quadrupoldeformation nicht eindeutig aus den α -Streuquerschnitten entnommen werden kann bzw. bei denen die Analyse verschiedener Experimente unterschiedliches Vorzeichen ergab. Zwei interessante Kerne in der sd-Schale sind unter diesem Gesichtspunkt ^{26}Mg und ^{28}Si . Beim Kern ^{26}Mg liefern die Streuquerschnittsanalysen bei 104 MeV ⁶⁾ keine eindeutige Entscheidung zwischen $\beta_2 > 0$ und $\beta_2 < 0$. Figur 35



Figur 35:

Experimentelle differentielle Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $^{26}\text{Mg}(\alpha, \alpha_0)$ und $^{26}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1)$ mit den "besten Fits" der "makroskopischen" CC-Analysen für $\beta_2 > 0$ (Satz XI) und $\beta_2 < 0$ (Satz XII)

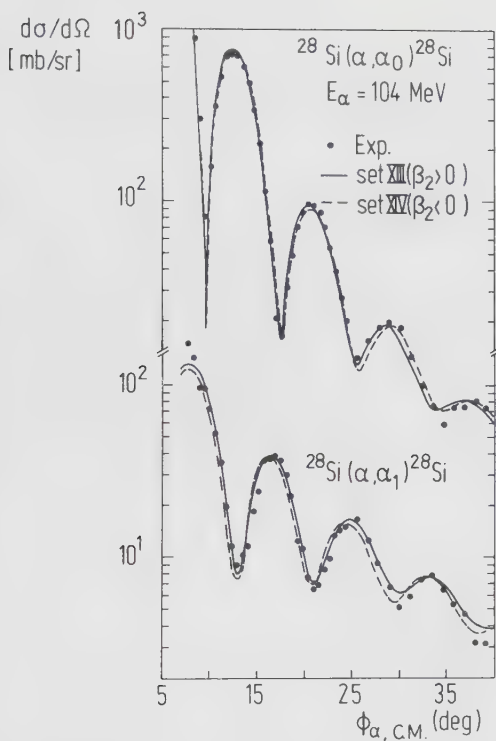
zeigt die experimentellen Daten von Rebel et al. ⁶⁾ mit den besten Fits für prolate bzw. oblate Deformation. Beide Kurven passen annähernd gleich gut ($\chi^2 = 1,6$ bzw. $1,9$). Figur 36 zeigt die zu diesen Fits gehörende Korrelationsgröße C. Hier ergeben sich durchaus meßbare Unterschiede (insbesondere ist der Verlauf im Winkelbereich $15^\circ \lesssim \phi_{\alpha, \text{CM}} \lesssim 25^\circ$ wieder annähernd gegenphasig). Durch eine (α, α_1) -Winkelkorrelationsmessung sollte hier eine Entscheidung über das Vorzeichen der Quadrupoldeformation möglich sein, falls das Modell des starren Rotators überhaupt anwendbar ist. Hartree-Fock-Bogoljugow-Rechnungen sagen teilweise prolate ⁴⁴⁾ und teilweise oblate ⁴⁵⁾ Deformation vorher.



Figur 36:

Vorhersagen der "makroskopischen" CC-Rechnungen für die Größe C der Reaktion $^{26}\text{Mg}(\alpha, \alpha_1 \gamma)^{26}\text{Mg}$ bei Verwendung der Parametersätze XI ($\beta_2 > 0$) und XII ($\beta_2 < 0$)

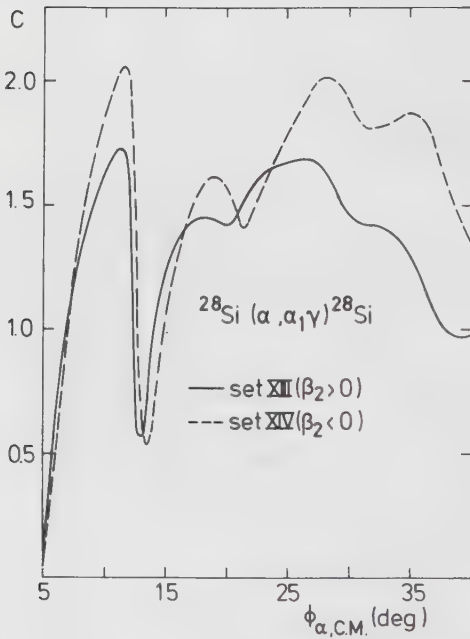
Im Falle von ^{28}Si sagen Hartree-Fock-Rechnungen ⁴⁶⁾ ⁴⁷⁾ zwei stabile Zustände, jeweils einen mit prolater bzw. oblater Deformation voraus, wobei für den Grundzustand eine oblate Deformation favorisiert wird. CC-Analysen von Neutronenstreudaten ⁴⁸⁾ ergaben prolate Deformation, während die Analysen bei 104 MeV α -Streuung ⁶⁾ und Elektronenstreudaten ⁴⁹⁾ oblate Deformation lieferten. Wenn auch aus den meisten experimentellen Daten $\beta_2 < 0$ zu bevorzugen ist, sollte es wegen der theoretischen Vorhersagen doch interessant sein, diesen Kern mit $(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ -Korrelationen zu untersuchen. Figur 37 zeigt die α -Streudaten ⁶⁾ mit den besten Fits für $\beta_2 < 0$ bzw. $\beta_2 > 0$, die zugehörigen χ^2 -Werte sind $\chi^2 = 2.7$ für oblate bzw. $\chi^2 = 4.5$ für prolater Deformation. Figur 38 zeigt wieder die zugehörigen Rechnungen für die Größe C . Die Unterschiede zwischen prolater und oblater Rechnung sind auch hier stärker ausgeprägt als bei den Wirkungsquerschnittsrechnungen, so daß eine genauere Untersuchung der Kerngestalt möglich sein sollte. Insbesondere wäre interessant, ob sich dabei experimentelle Hinweise für das Auftreten von zwei stabilen Zuständen ergeben würden.



Figur 37:

Experimentelle differentielle Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $^{28}\text{Si}(\alpha, \alpha_0)$ und $^{28}\text{Si}(\alpha, \alpha_1)$ mit den "besten Fits" der "makroskopischen" CC-Analysen für $\beta_2 > 0$ (Satz XIII) und $\beta_2 < 0$ (Satz XIV)

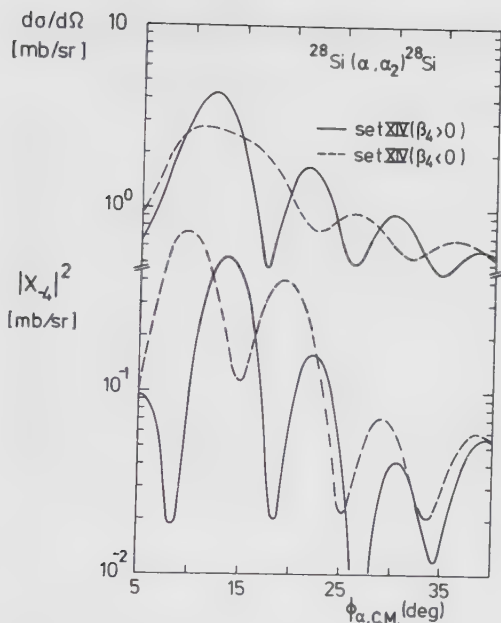
Im Rahmen dieser Arbeit wurde von den Deformationsparametern nur die Quadrupoldeformation (β_2) betrachtet. Die Hexadekapoldeformation (β_4) läßt sich bei bekannter Quadrupoldeformation i.a. nach Betrag und Vorzeichen gut aus dem differentiellen Wirkungsquerschnitt zum zweiten angeregten Zustand (bei einer Grundzustandsrotationsbande gilt für diesen $J = 4^+$) festlegen. Hierfür ist vor allem die Interferenz von zwei Termen etwa gleicher Größenordnung in den Übergangsamplituden verantwortlich, wobei der eine zu β_2^2 und der andere zu β_4 proportional ist. Da es sich um die Interferenz zweier Terme der gleichen Größenordnung handelt, sind die Effekte i.a. auch im differentiellen Wirkungsquerschnitt noch gut sichtbar. Hier sei trotzdem kurz gezeigt, wie groß die Unterschiede zwischen Rechnungen unter Verwendung von positiven und



Figur 38:

Vorhersagen der "makroskopischen" CC-Rechnungen für die Größe C der Reaktion $^{28}\text{Si}(\alpha, \alpha_1)$ bei Verwendung der Parametersätze XIII ($\beta_2 > 0$) und XIV ($\beta_2 < 0$)

negativen β_4 -Werten in den einzelnen Übergangsamplituden im Vergleich zu den Unterschieden im Wirkungsquerschnitt sind. Als Beispiel wird der Kern ^{28}Si gewählt. Figur 39 zeigt den differentiellen Wirkungsquerschnitt (oben) und eine der individuellen Übergangsamplituden zum 4^+ -Zustand (unten), berechnet mit den Parametern des besten Fits für oblate Quadrupoldeformation aus Figur 37. Die Deformationsparameter sind dabei für die durchgezogenen Kurven $\beta_2 = -0.30$ und $\beta_4 = +0.08$. Als Vergleich hierzu wurden die gestrichelten Kurven mit demselben Parametersatz, jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen für die β_4 -Deformation berechnet. Man sieht, daß die Unterschiede in der gezeigten Amplitude auch hier etwas ausgeprägter sind als beim Wirkungsquerschnitt. Da aber die Bestimmung der Amplituden bei diesem Zustand noch wesentlich schwieriger ist als beim



Figur 39:

Vorhersagen der makroskopischen CC-Rechnungen für den differentiellen Wirkungsquerschnitt und das Betragsquadrat der Amplitude X_{-4} der Reaktion $^{28}\text{Si}(\alpha, \alpha_2)$ bei Verwendung des Parametersatzes XIV für $\beta_4 > 0$ und $\beta_4 < 0$

Übergang zum 2^+ -Zustand und die Unterschiede im Wirkungsquerschnitt i.a. groß genug sind, um die Hexadekapoldeformation eindeutig festzulegen, scheint sich eine Winkelkorrelationsmessung zur Bestimmung der Hexadekapoldeformation i.a. nicht zu lohnen.

Bei den bisherigen Überlegungen wurden Kerne aus der sd-Schale betrachtet, bei denen bekannt ist, daß sie relativ große statische Deformationen besitzen, so daß das Kernmodell des starren Rotators ein adäquates Modell für die Beschreibung der niedrigliegenden, stark kollektiven Zustände dieser Kerne sein sollte. Es wäre nun durchaus interessant, $(\alpha, \alpha')\gamma$ -Korrelationen bei hoher Energie auch an Kernen zu untersuchen, bei denen andere kollektive Modelle, etwa das Vibrationsmodell oder Rotations-Vibrations-Kopplungen zur Beschreibung der kollektiven

Zustände herangezogen werden. Es ist durchaus vorstellbar, daß es gelingt, mit Hilfe von Korrelationsmessungen des betrachteten Typs den Gültigkeitsbereich dieser Kernmodelle präziser festzulegen, als dies etwa mit herkömmlichen Wirkungsquerschnittsanalysen möglich ist.

Anhang A

Lösungsmethoden der Codes INCH und ECIS für die gekoppelten DGLn

Die Lösung des Differentialgleichungssystems für die Radialfunktionen $R_{jnl_n}(r)$ aus Kap. IV, Gl. (2) kann auf verschiedene Weisen geschehen. Der Code INCH ²¹⁾ löst das System "direkt" (vgl. Ref. ⁵⁰⁾): Zu dem System von N_C linearen DGLn 2. Ordnung existieren N_C Systeme von je N_C Basislösungen, die bei $r = 0$ regulär sind. Man betrachtet deshalb das Anfangswertproblem und gibt sich an der Stelle $r = 0$ die Basislösungen $g_C^N(r)$ vor: $g_C^N(0) = 0$ für $1 \leq c \leq N_C$ und $1 \leq N \leq N_C$. Anstelle der Ableitungen $g_C^N(r)' \Big|_{r=0}$ gibt man sich als zweite Bedingung $g_C^N(h)$ vor, wobei h die Schrittweite der Integration ist. Der Code INCH setzt speziell $g_C^N(h) = 10^{-30} \delta_{NC}$. Dann integriert man bis zum Anpaßradius. Die eigentlichen Lösungen $R_C(r)$ lassen sich dann aus den Basislösungen aufbauen:

$$R_C(r) = \sum_{N=1}^{N_C} a_N g_C^N(r).$$

Die Koeffizienten a_N ergeben sich durch stetig differenzierbare Anpassung der Radialfunktion $R_C(r)$ an die Coulombwellen am Anpaßradius. Man hat dann noch ein lineares Gleichungssystem von $2 \cdot N_C$ Unbekannten zu lösen. Neben den Koeffizienten a_n erhält man hierbei die Amplituden der auslaufenden Coulombwellen, mit deren Hilfe sich die Übergangsamplituden und die Wirkungsquerschnitte berechnen lassen. Dieses Verfahren ist zwar direkt, arbeitet aber relativ langsam, da es das System von N_C Gleichungen wirklich N_C mal simultan lösen muß, und erfordert relativ viel Speicherplatz.

Der Code ECIS ²²⁾ in der verwendeten Form arbeitet iterativ, ähnlich wie z.B. von Austern ⁵¹⁾ durch eine Erweiterung der Sasakawa-Theorie vorgeschlagen.

Bei diesem Verfahren werden zunächst Lösungen des linken Teils des Systems der gekoppelten Gl. (IV(2)) berechnet. Diese Lösungen berücksichtigen den Diagonaleil des Potentials und

haben deshalb auch die asymptotische Phasenverschiebung, die den Diagonalpotentialen entsprechen. Mit diesen Lösungen macht man dann einen Ansatz für die nullte Näherung der Radialfunktion $R_{jn}^{(0)}(r)$. Die Amplituden in diesem Ansatz werden dann iterativ verbessert. Zu diesem Zweck wird das DGL-System (IV(2)) mit Hilfe des Greens-Formalismus in ein Integralgleichungssystem verwandelt, das eine iterierbare Form darstellt. Da die Startfunktionen bereits die Anteile der Diagonalpotentiale richtig beschreiben, konvergiert dieses Verfahren meist sehr schnell. Bereits die niedrigste Ordnung der Iteration berücksichtigt Effekte, die die DWBA nicht erfassen kann, ohne kompliziertere Rechenschritte zu erfordern. Die wesentlichen Vorteile dieses Verfahrens sind geringer Speicherplatzbedarf und relativ kurze Rechenzeiten, da die Startlösungen bereits "physikalisch sinnvoll" gewählt werden.

Anhang B

Parameter der CC-Analysen

Satz	$V_0(\text{MeV})$	$r_0(\text{fm})$	$a_0(\text{fm})$	$W(\text{MeV})$	$r_1(\text{fm})$	$a_1(\text{fm})$	β_2	β_4^+	χ^2
I	86.4	1.44	0.65	24.1	1.53	0.68	0.34	-0.02	4.5
II	91.3	1.44	0.63	31.3	1.28	0.91	-0.45	-0.02	13.2
III	86.6	1.44	0.65	23.3	1.55 ⁺	0.66	0.34	-0.02	4.5
IV	85.7	1.45	0.64	27.6	1.45 ⁺	0.73	0.34	-0.02	4.7
V	85.0	1.45	0.63	32.9	1.35 ⁺	0.78	0.34	-0.02	5.3
VI	85.6	1.45	0.65	28.6	1.52	0.65	0.34	-0.02	4.5
VI'	92.9	1.44	0.65	24.3	1.50	0.77	-0.42	-0.02	10.5
IX	106.0	1.52	0.57	17.7	1.35	0.38	0.31	-0.02	6.6
X	71.4	1.58	0.58	23.6	1.13	0.77	-0.40	-0.02	11.8
XI ⁺⁺	105.2	1.29	0.72	25.4	1.48	0.72	0.28	0.00	
XII ⁺⁺	106.0	1.29	0.71	26.8	1.42	0.80	-0.32	0.00	
XIII ⁺⁺	89.9	1.42	0.66	20.4	1.67	0.47	0.24	0.07	
XIV ⁺⁺	98.1	1.40	0.65	22.9	1.52	0.65	-0.30	0.08	

Tabelle 1: Parametersätze der "makroskopischen" CC-Analysen.

Die mit ⁺ bezeichneten Parameter wurden nicht variiert.

Der Wert für β_4 wurde aus Ref.⁶⁾ entnommen.

Die mit ⁺⁺ bezeichneten Parametersätze wurden aus Ref.⁶⁾ übernommen.

Satz	λ^+	V_0^+ (MeV)	μ_0^+ (fm)	a_m (fm)	c_m^+ (fm)	W (MeV)	r_1 (fm)	a_1 (fm)	β_2	β_4^+	χ^2
VII	0.99	37.0	2.0	0.42	2.94	25.3	1.58	0.60	0.47	-0.03	4.4
VIII	0.99	37.0	2.0	0.37	2.94	15.9	1.58	0.79	-0.66	-0.03	8.7

Tabelle 2: Parameter der "besten Fits" der Faltungsmo­dellanalysen.
 Die mit + bezeichneten Parameter wurden nicht variiert
 Die Werte für c_m und β_4 wurden aus Ref.³³⁾ übernommen,
 die Werte für V_0 und μ_0 aus Ref.³²⁾.

Anhang C

Einbeziehung einer graphischen Methode zur Umkopplung von Drehimpulsen in die Winkelkorrelationstheorie

Allgemeines

Die Winkelkorrelationstheorie beschreibt die Richtungs- und Polarisationskorrelation von "Strahlungen", die bei den dynamischen Übergängen zwischen Zuständen atomarer Systeme (Atome, Moleküle, Kerne) absorbiert bzw. emittiert werden. Dabei soll unter "Strahlung" sowohl γ -Strahlung als auch die Ausbreitung massiver Teilchen verstanden werden. Ausführliche Darstellungen der Winkelkorrelationstheorie finden sich z.B. bei Biedenharn und Rose ⁷⁾, Devons und Goldfarb ⁸⁾ und Ferguson ⁹⁾. In der Kernphysik werden sowohl die Kernzustände als auch die Zustände der Strahlung durch Drehimpulseigenfunktionen charakterisiert. In der Winkelkorrelationstheorie spielen deshalb Kopplung und Umkopplung der beteiligten Drehimpulseigenfunktionen eine wichtige Rolle. Dabei wird meist nicht der Wellenfunktionsformalismus verwendet, bei dem die Winkelkorrelationsfunktion aus der Wellenfunktion des Gesamtsystems berechnet wird, sondern der Dichtematrixformalismus, der durch Verwendung der Zustandsdichten für die verschiedenen beteiligten Teilsysteme gewisse Vorteile bei der Berechnung bietet, allerdings etwas "unanschaulicher" ist.

Im folgenden soll skizziert werden, wie durch Einbeziehung einer graphischen Methode zur Umkopplung von Drehimpulsen nach Danos ⁵²⁾ die Ableitung der Winkelkorrelationsfunktion erleichtert werden kann. Dabei wird die Methode sowohl in den Dichtematrixformalismus als auch in den Wellenfunktionsformalismus einbezogen.

Das graphische Verfahren zur Umkopplung von Drehimpulsen nach Danos ⁵²⁾

a) Modifikation der Operator- und Vektoralgebra

Historisch bedingt existieren drei verschiedene Algebren zur Beschreibung der Drehimpulseigenschaften quantenmechanischer Systeme - Vektoralgebra, Drehimpulsalgebra und Operatoralgebra - die oft unter dem Begriff "Racah-Algebra" zusammengefaßt werden, jedoch nicht phasenkonsistent sind. Danos ⁵²⁾ hat gezeigt, daß es in relativ einfacher Weise gelingt, Vektoralgebra, Operatoralgebra und Drehimpulsalgebra phasenkonsistent zu machen *). Dabei läßt sich durch Einführung eines sogenannten Projektionsintegrals an Stelle des reduzierten Matrixelementes die Operatoralgebra in die Drehimpulsalgebra einbeziehen. Betrachtet man ein Matrixelement

$$\mathcal{M} = \int \gamma_{M_1}^{[J_1]}{}^+ T_m^{[K]} \phi_{M_2}^{[J_2]} \quad **)$$

so läßt sich der Integrand nach Eigenfunktionen zu einem Gesamtdrehimpuls entwickeln. Bei der Integration bleibt wegen Raumsymmetrie nur der Term mit $I = 0$ übrig und man erhält

$$\mathcal{M} = (-)^{J_1+M_1} (-)^{2K} (-)^{J_1+K+J_2} \cdot \int [\tilde{\gamma}^{[J_1]} \times T^{[K]} \times \phi^{[J_2]}]^{[0]}$$

Das Integral des invarianten Triple-Produktes wird als Projektionsintegral bezeichnet und unterscheidet sich nur in der Phase von dem reduzierten Matrixelement des Wigner-Eckart-Theorems.

$$[\tilde{\gamma}^{[J_1]} | T^{[K]} | \phi^{[J_2]}] := \int [\tilde{\gamma}^{[J_1]} \times T^{[K]} \times \phi^{[J_2]}]^{[0]} = (-)^{J_1+K-J_2} \langle \gamma^{[J_1]} || T^{[K]} || \phi^{[J_2]} \rangle$$

*) Verwendet werden hierbei weitgehend die Bezeichnungen von Fano und Racah ⁵⁴⁾.

**) Die Operation $^+$ bedeutet hermitesch konjugieren d.h. $\gamma^+ = \tilde{\gamma}^c$. Die Transpositionsoption $\sim$ wirkt sich nur auf halbzahligen Spin aus ⁵³⁾. Für ganzzahlige Spins gilt:

$$\gamma_M^{[J]} = (-)^{J+M} \gamma_{-M}^{[J]}$$

Der wesentliche Unterschied ist, daß das Projektionsintegral direktes Mitglied der Drehimpulsalgebra ist und daß hier Operatoren und Zustandsfunktionen gleich behandelt werden.

Phasenkonsistenz zwischen Vektoralgebra und Drehimpulsalgebra erreicht Danos durch die Einführung von modifizierten Kugelfunktionen

$$\gamma_m^{[l]}(\Omega) = (-i)^l Y_{lm}(\Omega)$$

Dies ist notwendig, da die normale Vektoralgebra im Gegensatz zur Drehimpulsalgebra einem rechtshändigen Koordinatensystem entspricht. Näheres hierzu findet sich in den Ref. 52) 53) und 54).

Durch diese Modifikationen sind Vektoralgebra, Operatoralgebra und Drehimpulsalgebra phasenkonsistent und können in einem graphischen Schema einheitlich behandelt werden.

b) Elemente und Regeln des graphischen Schemas

Im folgenden seien einige Größen mit ihren graphischen Symbolen aus dem Danos'schen Schema aufgeführt, die in der Winkelkorrelationstheorie gebraucht werden *):

Die Kopplung zweier Wellenfunktionen zu einem Gesamtdrehimpuls ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \Upsilon_M^{[J]}(\Omega_{12}) &= \sum_{m_1 m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | JM \rangle \gamma_{m_1}^{[j_1]}(\Omega_1) \varphi_{m_2}^{[j_2]}(\Omega_2) \\ &=: [\gamma^{[j_1]}(\Omega_1) \times \varphi^{[j_2]}(\Omega_2)]_M^{[J]} \end{aligned}$$

*) Für andere Probleme lassen sich jederzeit zusätzliche Symbole einführen. Es ist dabei darauf zu achten, daß sie in das vorliegende Schema passen und daß speziell ihre Phasen konsistent definiert sind.

und wird graphisch dargestellt durch:



wobei zur Erhöhung der Übersicht zwei gekoppelte Drehimpulse auch als eine Linie dargestellt werden können:



Dies stellt jedoch keine Operation dar, und die Reihenfolge der beiden Drehimpulse j_1 und j_2 darf nicht vertauscht werden.

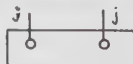
Die Normierungsbedingung für Wellenfunktionen lautet:

$$\int \psi_m^{[j]} + \psi_m^{[j]} = 1$$

Entwickelt man den Integranden nach einem Gesamtdrehimpuls I , so bleibt wie beschrieben bei der Integration nur der Term mit $I = 0$ übrig und man erhält das spezielle Projektionsintegral

$$[\tilde{\psi}^{[j]} | \psi^{[j]}] := \int [\tilde{\psi}^{[j]} \times \psi^{[j]}]_0^{[0]} = (2j+1)^{1/2} =: \hat{j}$$

Das Symbol hierfür ist



Das allgemeine Projektionsintegral $[\tilde{\psi}^{[j_1]} | \tau^{[k]} | \phi^{[j_2]}]$ wird analog dargestellt durch



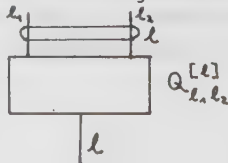
Die "Verjüngung" zweier gekoppelter Kugelfunktionen mit demselben Argument zu einer Kugelfunktion

$$[\gamma^{[l_1]}(\Omega) \times \gamma^{[l_2]}(\Omega)]_m^l = Q_{l_1 l_2}^{[l]} \cdot \gamma_m^{[l]}(\Omega)$$

mit

$$Q_{l_1 l_2}^{[l]} = (-)^{\frac{1}{2}(l_1 + l_2 + l)} \frac{\hat{l}_1 \hat{l}_2}{(4\pi)^{1/2}} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

wird symbolisiert durch eine sogenannte "Q-Box":



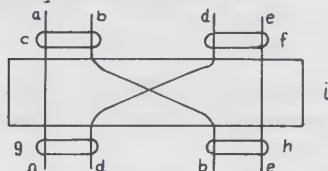
Die für das graphische Schema fundamentale Umkopplungsoperation wird durch ein modifiziertes g_j -Symbol beschrieben:

$$\begin{aligned} & [[\varphi[a] \times \varphi[b]][c] \times [\varphi[d] \times \varphi[e]][f]][i] = \\ & = \sum_{gh} \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} [[\varphi[a] \times \varphi[d]][g] \times [\varphi[b] \times \varphi[e]][h]][i] \end{aligned}$$

Dieses modifizierte g_j -Symbol ist mit dem üblichen g_j -Symbol verknüpft durch

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = \hat{c} \hat{f} \hat{g} \hat{h} \left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \right\}$$

Das graphische Symbol hierfür ist



Diese Symbole werden bei der Lösung der verschiedenen Probleme nach folgenden Regeln angewendet und zusammengefaßt:

- 1) Die Reihenfolge der Drehimpulslinien ist bestimmt durch die Reihenfolge, in der die entsprechenden Größen in den algebraischen Ausdrücken auftreten.
- 2) Nur zwei benachbarte Linien oder zwei benachbarte, bereits gekoppelte Gruppen von Linien können gekoppelt werden.
- 3) Nur gekoppelte Linien können umgekoppelt werden.
- 4) Bei einer Umkopplung verhält sich eine gekoppelte Linie wie eine einzelne Linie desselben Drehimpulses, vorausgesetzt, die Reihenfolge der Drehimpulse in der gekoppelten Linie bleibt bei der Umkopplung erhalten.
- 5) Es werden nur Umkopplungskoeffizienten vom Typ 9_j verwendet. "Künstliche" Linien mit Drehimpuls 0 können hinzugefügt werden, um ein 9_j -Umkopplungssymbol verwenden zu können.

- 6) Das algebraische Ergebnis erhält man, indem man das Produkt aller bei der Umkopplung auftretenden Symbole bildet und über alle nicht fixierten Drehimpulse summiert.

Alle nach diesen Regeln erlaubten Schemata liefern identische Ergebnisse. Die erhaltenen algebraischen Ausdrücke lassen sich dann ohne Schwierigkeiten in eine Form umschreiben, die die üblichen tabellierten Koeffizienten enthält. Aus der Art des graphischen Verfahrens, das nach dem Bauartenprinzip arbeitet, ist ersichtlich, daß es meist eine Vielzahl von Möglichkeiten gibt, einen gegebenen Anfangsausdruck in einen Endausdruck überzuführen.

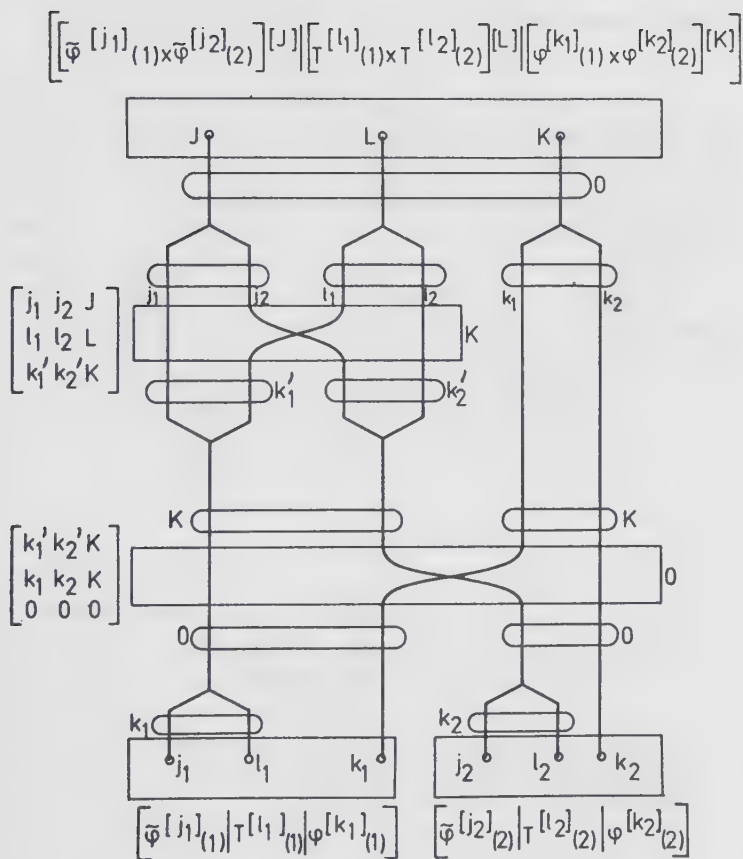
Bei der praktischen Anwendung kann man sich alle möglichen Graphen aufzeichnen und dann den einfachsten verwenden. Dieser Gesichtspunkt kann andererseits dazu verwendet werden, um auf einfache Weise Identitäten zu beweisen.

Die Wirkungsweise der graphischen Methode soll nun anhand zweier Beispiele, die aus Ref. ⁵³⁾ und ⁵²⁾ entnommen sind, erläutert werden.

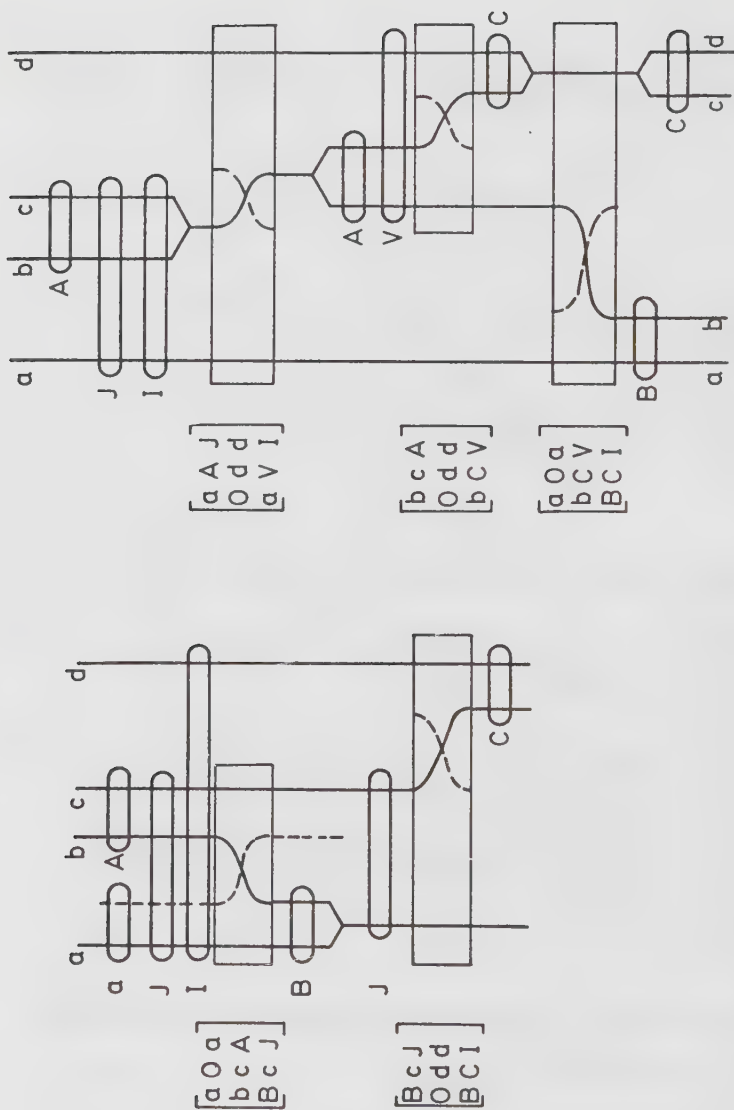
- a) Aufspaltung eines Zweiteilchenmatrixelementes (Produktoperator zwischen zwei Zweiteilchenwellenfunktionen) in ein Produkt aus 2 Einteilchenmatrixelementen. In Figur 1A ist das graphische Umkopplungsschema gezeigt, wobei bereits vom Projektionsintegral des Zweiteilchenmatrixelementes ausgegangen wird. Das graphische Schema ergibt sich zwanglos aus den aufgeführten Regeln. Die beiden Drehimpulse k_1' und k_2' können nur die Werte k_1 und k_2 annehmen, denn bei den jeweiligen Projektionsintegralen der Einteilchenmatrixelemente wird k_1' mit k_1 zu 0 bzw. k_2' und k_2 zu 0 gekoppelt.

Damit lautet das Ergebnis:

$$\begin{aligned} & [\tilde{\varphi}^{[j_1]}_{(1)} \times \tilde{\varphi}^{[j_2]}_{(2)}]^{[j]} / [T^{[l_1]}_{(1)} \times T^{[l_2]}_{(2)}]^{[L]} / [\varphi^{[k_1]}_{(1)} \times \varphi^{[k_2]}_{(2)}]^{[K]} = \\ & = \begin{bmatrix} j_1 & j_2 & j \\ l_1 & l_2 & L \\ k_1 & k_2 & K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & K \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot [\tilde{\varphi}^{[j_1]}_{(1)} | T^{[l_1]}_{(1)} | \varphi^{[k_1]}_{(1)}] \cdot [\tilde{\varphi}^{[j_2]}_{(2)} | T^{[l_2]}_{(2)} | \varphi^{[k_2]}_{(2)}] = \end{aligned}$$



Figur 1A: Graphische Umkopplung eines Zweiteilchenmatrixelementes



Figur 2 A: Nachweis der Biedenharn-Identität mit dem graphischen Verfahren von Danos

$$= \hat{J} \hat{L} \hat{K} \cdot \left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & J \\ l_1 & l_2 & L \\ k_1 & k_2 & K \end{matrix} \right\} \cdot [\tilde{\varphi}^{[j_1]}_{(1)} | T^{[L]}_{(1)} | \varphi^{[k_1]}_{(1)}] \cdot [\tilde{\varphi}^{[j_2]}_{(2)} | T^{[L]}_{(2)} | \varphi^{[k_2]}_{(2)}]$$

- b) Das zweite Beispiel (Figur 2A) zeigt anhand der sogenannten "Biedenharnidentität", wie mit Hilfe der graphischen Methode eine Identität von Umkopplungskoeffizienten sehr leicht bewiesen werden kann. Den algebraischen Ausdruck erhält man wieder, indem alle Umkopplungskoeffizienten multipliziert werden und über die nicht festgelegten Drehimpulse aufsummiert wird:

$$\begin{bmatrix} a & 0 & a \\ b & c & A \\ \beta & c & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta & c & J \\ 0 & \alpha & \alpha \\ \beta & c & I \end{bmatrix} = \sum_V \begin{bmatrix} a & A & J \\ 0 & d & \alpha \\ a & v & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b & c & A \\ 0 & d & \alpha \\ b & c & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 & a \\ b & c & v \\ \beta & c & I \end{bmatrix}$$

Weitere Beispiele finden sich in Ref. ⁵²⁾ und ⁵³⁾.

Dichtematrixformalismus

Darstellungen des Dichtematrixformalismus zur Beschreibung quantenmechanischer Zustände finden sich z.B. in Ref. ⁷⁾ ⁸⁾ und ⁹⁾. Hier sei nur kurz das Prinzip skizziert:

Ist ein quantenmechanischer Zustand a gegeben mit zugehöriger Wellenfunktion ψ_a , so läßt sich diese nach einer Basis entwickeln: $\psi_a = \sum_n \alpha_n \psi_n$

Wählt man, was wegen der Symmetrie der kernphysikalischen Probleme zweckmäßig ist, eine Drehimpulsdarstellung, so schreibt sich diese Entwicklung:

$$\psi_a = \sum_{\alpha j m} \langle \alpha j m | a \rangle | \alpha j m \rangle$$

Der Erwartungswert eines beliebigen Operators F für das System in diesem Zustand a ist:

$$\langle F \rangle_a = (a | F | a) = \sum_{\substack{\alpha j m \\ \alpha' j' m'}} \langle a | \alpha j m \rangle \langle \alpha j m | F | \alpha' j' m' \rangle \langle \alpha' j' m' | a \rangle$$

Faßt man die Koeffizienten $\langle a | \alpha j m \rangle$ und $\langle \alpha' j' m' | a \rangle$ zu

Tupeln zusammen, so erhält man eine Matrix, die sogenannte Dichtematrix des Zustandes:

$$(\alpha' j' m' | \rho_a | \alpha j m) := \langle \alpha' j' m' | a \rangle \langle a | \alpha j m \rangle$$

Setzt man die Dichtematrix ρ_a in $\langle F \rangle_a$ ein, so erhält man

$$\langle F \rangle_a = \sum_{\alpha j m, \alpha' j' m'} (\alpha' j' m' | \rho_a | \alpha j m) (\alpha j m | F | \alpha' j' m') = \text{Spur}(\rho_a F)$$

Man sieht daraus, daß die gesamte Information, die man über ein System in einem Zustand erhalten kann, in der Dichtematrix des Zustandes enthalten ist. Diese Aussage ist unabhängig von der gewählten Darstellung. Sie gilt z.B. auch im Ortsraum.

Ein wesentlicher Grund, warum der Dichtematrixformalismus bei der Behandlung von Winkelkorrelationsproblemen so weit verbreitet ist, ist die Tatsache, daß man mit ihm in relativ einfacher Weise auch sogenannte "unreine Zustände" beschreiben kann (vgl. hierzu z.B. Ref. ⁹). Befindet sich z.B. ein Atomkern in einem Zustand $|\psi\rangle$, so kann dieser nach Eigenzuständen entwickelt werden.

$$|\psi\rangle = \sum_{\alpha\alpha'} |\alpha\alpha\rangle \langle \alpha\alpha | \psi \rangle$$

$|\psi\rangle$ ist somit eine kohärente Überlagerung von Eigenzuständen und wird als "reiner Zustand" bezeichnet. Betrachtet man jedoch wie bei den Problemen der Winkelkorrelationen ein Ensemble von Kernen (z.B. Target oder Strahl), die sich bezüglich der betrachteten Eigenschaften unabhängig voneinander verhalten, so wird das Gesamtsystem durch inkohärente Überlagerung der Beiträge der einzelnen Kerne beschrieben.

Der Gesamtzustand läßt sich dann etwa schreiben als

$$|\bar{\psi}\rangle = \sum_{\psi\phi} |\psi\rangle e^{i\phi}$$

und wird als "unreiner Zustand" bezeichnet.

Die Phasen ϕ sind zufällig, so daß gilt $[\exp. i(\phi - \phi')]_{av} = \delta_{\phi\phi'}$ ("av" bedeutet Mittelung über das Ensemble).

Die Dichtematrix dieses Gesamtsystems ergibt sich als

$$\bar{\rho}_{AA'} = [\langle A | \gamma \rangle \langle \gamma | A' \rangle]_{av}$$

Betrachtet man wieder den Erwartungswert eines Operators F , so erhält man nach kurzer Rechnung

$$\langle F \rangle_{av} = \text{Spur } \bar{\rho} F$$

d.h. die Mittelung über das Ensemble geht nur in die Dichtematrix ein. Man kann die Dichtematrix des Ensembles auch darstellen als gewichtete Summe der Dichtematrizen der reinen Zustände

$$\bar{\rho}_{AA'} = \sum_{n=1}^r P_n \{ \langle A' | \psi_n \rangle \langle \psi_n | A \rangle \}$$

Die Gewichte P_n sind die Wahrscheinlichkeiten, daß sich das Ensemble in den reinen Zuständen aufhält.

Eigenschaften der Dichtematrix

Im folgenden sind einige Eigenschaften der Dichtematrix aufgeführt, die für die Anwendung bei der Winkelkorrelationstheorie wichtig sind:

- 1) Die Dichtematrix ist nach Definition hermitesch. Diese Eigenschaft ist bei der Behandlung aller quantenmechanischen Probleme wichtig.
- 2) Aus der Normierung der Wellenfunktionen folgt unmittelbar

$$\text{Spur } (\bar{\rho}) = 1$$

- 3) Im allgemeinen gilt $\text{Spur } (\bar{\rho}^2) \leq 1$

Gleichheit gilt hierbei im Falle von reinen Zuständen.

- 4) Werden die Wellenfunktionen einer unitären Transformation U unterworfen $\Psi \rightarrow \Psi U$, so transformiert sich die Dichtematrix gemäß

$$\rho \rightarrow U^{-1} \rho U$$

Beispiele für solche Transformationen sind etwa Drehung des Koordinatensystems oder Vektoradditionstransformation (Kopplung von Drehimpulsen).

Damit ist die Dichtematrix in dieser Form keine reduzierte Größe, d.h. nicht nach Gesamtdrehimpulsen entwickelt und paßt auch nicht in das graphische Schema von Danos.

Das bei der Behandlung von Winkelkorrelationsproblemen wichtigste Beispiel für einen unreinen Zustand ist ein Ensemble von Kernen mit definiertem Spin a . Es existieren dann $2a+1$ magnetische Unterzustände. Die verschiedenen reinen Zustände sind dann $|\psi\rangle = |\alpha\rangle$, wobei α die verschiedenen Werte zwischen $-a$ und $+a$ annehmen kann.

Betrachtet man z.B. ein Ensemble von Spin-1/2-Teilchen (z.B. den Protonenstrahl eines Beschleunigers), so läßt sich der Spinanteil eines Protons nach Wahl einer Z-Achse darstellen als

$$|\psi\rangle = \alpha_{+1/2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_{-1/2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{+1/2} \\ \alpha_{-1/2} \end{pmatrix}$$

Die Dichtematrix ergibt sich dann zu

$$\rho_{mm'} = \begin{pmatrix} \alpha_{+1/2} \\ \alpha_{-1/2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{+1/2}^* & \alpha_{-1/2}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\alpha_{+1/2}|^2 & \alpha_{+1/2} \alpha_{-1/2}^* \\ \alpha_{-1/2} \alpha_{+1/2}^* & |\alpha_{-1/2}|^2 \end{pmatrix} = \alpha_m \alpha_{m'}^* \quad (m, m' = \pm 1/2)$$

für den gesamten Strahl gilt dann (vgl. Seite 111)

$$\overline{\rho_{mm'}} = \overline{\alpha_m \alpha_{m'}^*}$$

Nimmt man als Beispiel etwa den Fall, daß 50 % der Teilchen "spin up" und 50 % "spin down" besitzen, dann gilt

$$\overline{S_{mm'}} = 1/2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 1/2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Betrachtet man eine Quelle, die einen Strahl mit Polarisationsgrad $0.6 = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}$ liefert, so erhält man für die Dichtematrix

$$S_{mm'} = 0.8 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 0.2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Statistische Tensoren

Damit sich die Dichtematrix bei unitären Transformationen wie ein sphärischer Tensor verhält, muß sie reduziert werden. Da sich die Amplituden $|a\alpha\rangle$ kontragredient zu den zugehörigen Basisfunktionen $|a\alpha\rangle$ verhalten, können die Amplituden analog zu den Wellenfunktionen gekoppelt werden (Näheres hierzu z.B. Ref. ⁵⁴⁾). Man erhält dann für die reduzierten Formen der Dichtematrix, die sogenannten statistischen Tensoren ^{9) *)}

$$S_{kq}(aa') := [a\alpha | S | a'\alpha']_q^k = \sum_{\alpha, \alpha'} (-)^{\alpha' - \alpha} (a\alpha, a' - \alpha' | kq) (a\alpha | S | a'\alpha')$$

Die statistischen Tensoren transformieren sich bei Drehung gemäß

$$S_{kq'}(aa') = \sum_q D_{qq'}^{k*}(R) S_{kq}(aa')$$

*) Umgekehrt kann die Dichtematrix nach diesen sphärischen Tensoren entwickelt werden:

$$(a\alpha | S | a'\alpha') = \sum_{kq} (-)^{\alpha' - \alpha} (a\alpha, a' - \alpha' | kq) S_{kq}(aa')$$

und passen in dieser Form unmittelbar in das Danos'sche Schema.

Bei der Reduktion der Dichtematrix wird nach Gesamtdrehimpulsen k entwickelt, für die gilt $|a - a'| \leq k \leq |a + a'|$, d.h. sie entspricht einer Drehimpulsaddition $\underline{k} = \underline{a} - \underline{a}'$. Die Drehimpulse k sind diejenigen Drehimpulse, die das System aufnehmen kann (jedem statistischen Tensor entspricht ein Wert von k). Hat man, wie in der Kernphysik typisch, einen scharfen Spin $\underline{a}$, so gilt $a = a'$ und die maximale Änderung des Drehimpulses ist von a nach $-a$ bzw. umgekehrt, so daß $K \leq 2a$ ist. Die statistischen Tensoren charakterisieren Art und Größe der Polarisation des Systems in dem jeweiligen Drehimpulszustand, sie werden deshalb auch Zustandsmultipole genannt.

Bei Zuständen mit zufälliger Orientierung, d.h. wenn alle Zustände gleichbesetzt sind, verschwinden aus Symmetriegründen alle statistischen Tensoren mit $k \neq 0$.

Kopplung und Umkopplung von statistischen Tensoren

Da es sich bei den statistischen Tensoren um sphärische Tensoren handelt, können sie "gekoppelt" und "umgekoppelt" werden mit den üblichen Transformationen der Racahalgebra.

Dies soll an einem Beispiel erläutert werden:

Betrachtet man ein Teilchen oder ein Ensemble von Teilchen mit Bahndrehimpuls $\underline{l}$, Spin $\underline{s}$ und Gesamtdrehimpuls $\underline{L} = \underline{l} + \underline{s}$, dann gilt für die statistischen Tensoren des Gesamtdrehimpulses $\rho_{KQ}(L, L')$ das Kopplungsschema

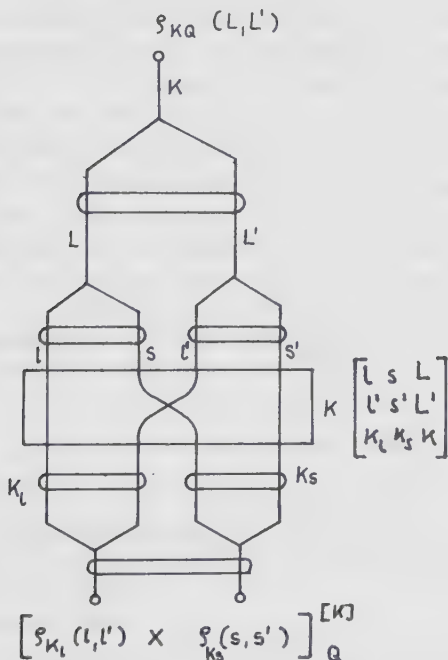
$$[[a^{(l)} \times b^{(s)}]^{(L)} \times [a^{(l')} \times b^{(s')}]^{(L')}]^{(K)}_Q$$

*) Für scharfen Spin gilt $s = s'$

sowie für die Tensoren des Bahndrehimpulses $\mathcal{S}_{K_1 Q_1}(l, l')$ und des Spins $\mathcal{S}_{K_s Q_s}(s, s')$

$$[a^{[l]} \times a^{[l']}]_{Q_l}^{[K_l]} \quad \text{bzw.} \quad [b^{[s]} \times b^{[s']}]_{Q_s}^{[K_s]}$$

Die Tensoren des Gesamtdrehimpulses lassen sich dann aus den Tensoren des Bahndrehimpulses und des Spins durch Umkopplung gewinnen, wobei die graphische Methode nach Danos verwendet werden kann:

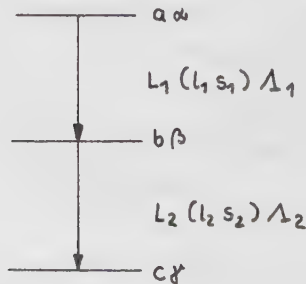


$$\mathcal{S}_{KQ}(L, L') = [\mathcal{S}_{K_l}(l, l') \times \mathcal{S}_{K_s}(s, s')]_Q^{[K]} \quad \begin{bmatrix} l & s & L \\ l' & s' & L' \\ K_l & K_s & K \end{bmatrix}$$

Diese Umkopplungsprozedur ist der Schlüssel, mit dem man die statistischen Tensoren komplizierter Systeme aus den statistischen Tensoren der Teilsysteme zusammensetzen kann. Dieses Baukastenprinzip spielt bei der folgenden Behandlung der Winkelkorrelationen die entscheidende Rolle.

Die Winkelkorrelationsfunktion

Anhand eines einfachen aber typisches Beispiels soll nun gezeigt werden, wie sich die Winkelkorrelationsfunktion unter Verwendung des Dichtematrixformalismus und im Wellenfunktionsbild ableiten läßt. In beiden Fällen wird die beschriebene graphische Methode mit einbezogen. Als Beispiel wird der Zerfall eines Zustandes über eine Kaskade behandelt (Figur 3A). Betrachtet wird ein Zustand, charakterisiert durch Drehimpuls a mit Projektion α . Dieser Zustand zerfalle durch "Strahlung" über einen Zustand (b, β) in einen Zustand (c, γ) . Die Strahlungen seien charakterisiert durch Gesamtdrehimpuls L , Bahndrehimpuls l und Spin s .^{*)} Die zugehörigen Wellenfunktionen der Kernzustände seien mit $\psi_{\alpha}^{[a]}$, $\psi_{\beta}^{[b]}$ und $\psi_{\gamma}^{[c]}$, die der Strahlungszustände mit $\phi_{\Lambda_1}^{[L_1]}$ und $\phi_{\Lambda_2}^{[L_2]}$ bezeichnet.



Figur 3A:

Zerfall des Zustandes a
über eine Kaskade in den
Zustand c

^{*)} Im Falle von γ -Strahlung ist eine Aufspaltung des Gesamtdrehimpulses in Spin- und Bahnanteil nicht möglich.

Wellenfunktionsbild

Betrachtet man zunächst den ersten Zerfall $a \xrightarrow{L_1} b$, so gilt wegen Drehimpulserhaltung $\underline{a} = \underline{b} + \underline{L}_1$, d.h. die Gesamtwellenfunktion, die vor dem Zerfall charakterisiert war durch Drehimpuls ($a\alpha$) muß auch nach dem Zerfall durch diese Drehimpulsquantenzahlen charakterisiert werden, so daß sich diese schreiben läßt als

$$\psi_{\alpha}^{[a]} = \sum_{L_1} [b \| L_1 \| a] [\psi^{[b]} \times \phi^{[L_1]}]_{\alpha}^{[a]} \quad (1)$$

wobei das Projektionsintegral (reduziertes Matrixelement)

$[b \| L_1 \| a]$ den dynamischen Übergang der Abstrahlung $\underline{a} \rightarrow \underline{b} + \underline{L}_1$ beschreibt (vgl. hierzu z.B. Ref. 8) und 54), *).

Betrachtet man nun den zweiten Zerfall $\underline{b} \rightarrow \underline{c} + \underline{L}_2$, so gilt auch bei diesem Zerfall Drehimpulserhaltung, so daß sich analog schreiben läßt:

$$\psi_{\beta}^{[b]} = \sum_{L_2} [c \| L_2 \| b] [\psi^{[c]} \times \phi^{[L_2]}]_{\beta}^{[b]} \quad (2)$$

wobei das reduzierte Matrixelement $[c \| L_2 \| b]$ wieder den dynamischen Übergang der Strahlung beschreibt.

Geht man mit Gl. (2) in Gl. (1) ein, so erhält man die Wellenfunktion $\psi_{\alpha}^{[a]}$, die das Gesamtsystem nach dem Zerfall

$(a\alpha \rightarrow b\beta + L_1\lambda_1 \rightarrow (c\gamma + L_2\lambda_2 + L_1\lambda_1))$ beschreibt. Der Gesamtzustand besteht dann aus dem Zustand c , der beschrieben wird durch die Wellenfunktion $\psi^{[c]}$, und den beiden Strahlungszu-

*) Diese Darstellung eines Überganges durch ein reduziertes Matrixelement dieser Form ist nur möglich, wenn es sich bei dem Operator, der den Übergang bewirkt, um einen sphärischen Tensor handelt (vgl. hierzu auch den nächsten Abschnitt).

ständen, beschrieben durch $\phi^{[L_1]}$ und $\phi^{[L_2]}$, wobei wegen der Erhaltung des Drehimpulses die drei Wellenfunktionen zum Drehimpuls a , gekoppelt sein müssen:

$$\psi_{\alpha}^{[a]} = \sum_{L_1 L_2} [c \parallel L_2 \parallel b] [b \parallel L_1 \parallel a] [\psi^{[c]} \times \phi^{[L_2]}]^{[b]} \times \phi^{[L_1]}]_{\alpha}^{[a]} \quad (3)$$

Die Wahrscheinlichkeit, das Gesamtsystem dann in einem bestimmten Zustand (in Abhängigkeit von den Emissionsrichtungen und den Polarisationszuständen) anzutreffen, ist gegeben durch die Gesamtzustandsdichte $\psi_{\text{final}}^+ \psi_{\text{final}}$, wobei über alle nicht beobachteten Koordinaten zu integrieren bzw. zu summieren ist. Über die Unterzustände α des Anfangszustandes ist zu mitteln, falls dieser zufällig orientiert ist bzw. mit den verschiedenen Gewichten zu summieren, falls dieser polarisiert ist (Symbol $\mathcal{Y}$ in Gl. (4)). Der Gesamtzustand nach dem Zerfall hat wegen Drehimpulserhaltung dieselbe Polarisation wie der Anfangszustand a .

Diese Wahrscheinlichkeitsdichte wird dann (eventuell anders normiert) als Winkelkorrelationsfunktion W bezeichnet und es gilt:

$$W = \mathcal{Y} \psi_{\text{final}}^{[a]+} \psi_{\text{final}}^{[a]} = \mathcal{Y} \sum_{\alpha \alpha'} a_{\alpha'}^* \psi_{\alpha'}^{[a]+} a_{\alpha} \psi_{\alpha}^{[a]} \quad (4)$$

wobei a_{α} die Amplituden sind, mit denen die Zustände $\psi_{\alpha}^{[a]}$ zur Gesamtwellenfunktion beitragen. Geht man speziell vom hier betrachteten Beispiel aus, so erhält man

$$W = \mathcal{Y} \sum_{\substack{\alpha \alpha' \\ L_1 L_1' \\ L_2 L_2'}} a_{\alpha'}^* a_{\alpha} [c \parallel L_2' \parallel b]^* [b \parallel L_1' \parallel a]^* [c \parallel L_2 \parallel b] [b \parallel L_1 \parallel a] \cdot [\tilde{\psi}^{[c]} \times \tilde{\phi}^{[L_2']} \times \tilde{\phi}^{[L_1']}]_{\alpha'}^{[a]} \cdot [\psi^{[c]} \times \phi^{[L_2]} \times \phi^{[L_1]}]_{\alpha}^{[a]} \quad (5)$$

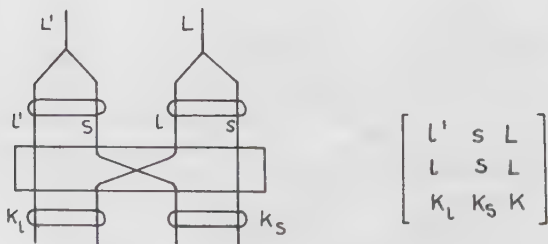
Nach der erfolgten Umkopplung sind die Integrationen, Summationen und Mittelungen durchzuführen. Dabei sollen spezielle Annahmen gemacht werden:

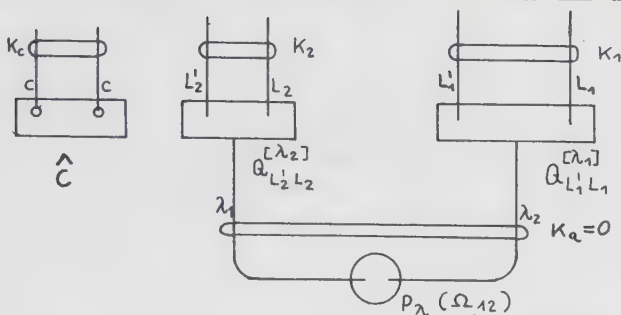
- 1) Der Anfangszustand a ist zufällig orientiert. Dann folgt aus der Raumsymmetrie $K_a = q = 0$
- 2) Der Endzustand c wird nicht beobachtet
- 3) Bei der Emission handelt es sich um spinlose Teilchen. In diesem Fall werden die Funktionen ϕ_A^L durch Kugelfunktion $Y_A^{(L)}$ dargestellt *).

Diese speziellen Annahmen stellen, wie man leicht sieht, keine grundsätzlichen Einschränkungen dar, sondern erhöhen nur die Übersicht.

Dann läßt sich das obige Schema fortführen

*) Handelt es sich bei der Emission um massive Teilchen mit Spin, so können die Funktionen $\phi_A^{(L)}$ in Spin und Bahnanteil (der beschrieben wird durch eine Kugelfunktion) aufgespalten und eine weitere Umkopplung vorgenommen werden:





Dieses Schema erklärt sich von selbst. Die Integration über C liefert das spezielle Projektionsintegral $\hat{C}$ und fixiert K_C auf $K_C = 0$. Die Kugelfunktionen werden jeweils durch eine Q-box verjüngt. Wegen $K_a = q = 0$ folgt $\lambda_1 = \lambda_2 =: \lambda$ und die beiden zu Null gekoppelten Kugelfunktionen $Y^\lambda(a_1)$ und $Y^\lambda(a_2)$ ergeben dann das Legendrepolynom $P_\lambda(\Omega_{12})$. Außerdem sieht man an den jeweiligen Kopplungen, daß $K_b = K_1 = K_2 = \lambda$.

Die Winkelkorrelationsfunktion W läßt sich dann aus dem graphischen Schema direkt ablesen:

$$W = \text{const} \sum_{\substack{\lambda \\ L_1 L_1' \\ L_2 L_2'}} [c \| L_2' \| b]^* [c \| L_2 \| b] \cdot [b \| L_1' \| a]^* [b \| L_1 \| a] \cdot Q_{L_1' L_1}^{[\lambda]} \cdot Q_{L_2' L_2}^{[\lambda]} \cdot \begin{bmatrix} b L_1' a \\ b L_1 a \\ \lambda \lambda 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c L_2' b \\ c L_2 b \\ 0 \lambda \lambda \end{bmatrix} \cdot \hat{C} \cdot P_\lambda(\Omega_{12}) \quad (6)$$

wobei $Q_{L' L}^{[\lambda]} = \frac{\hat{L}' \hat{L}}{\sqrt{4\pi}} \cdot (-)^{\frac{1}{2}(L+L'+\lambda)} \begin{pmatrix} L' L \lambda \\ 0 0 0 \end{pmatrix}$

Das behandelte Beispiel eines Kaskadenüberganges ist zwar relativ speziell, doch ist eine Verallgemeinerung ohne Schwierigkeiten möglich, da die Gesamtwellenfunktion stufenweise zusammengesetzt werden kann. Im obigen Beispiel kommen nur Emissionsprozesse vor. Absorptionsprozesse lassen sich wegen der Zeitumkehrinvarianz der Reaktionen ohne zusätzliche Schwierigkeiten einbeziehen (vgl. z.B. Ref. ⁵⁴).

Dichtematrixformalismus

Nun soll kurz angedeutet werden, wie die graphische Methode in den Dichtematrixformalismus einbezogen werden kann. Die Ableitung der Winkelkorrelationsfunktion des hier verwendeten Beispiels ist ausführlich in Ref. ⁸⁾ dargestellt. Deshalb soll hier nur kurz die Einbeziehung der graphischen Methode behandelt werden:

Wie beschrieben läßt sich der Erwartungswert jedes Operators für einen betrachteten Zustand schreiben als

$$\langle F \rangle = \text{Spur } \rho F$$

Bei den Winkelkorrelationen ist dieser Erwartungswert die Winkelkorrelationsfunktion und der Operator F stellt die Ansprechwahrscheinlichkeit der Apparatur dar und wird als Efficiencymatrix bezeichnet, wobei diese wieder zweckmäßigerweise nach Drehimpulseigenzuständen entwickelt wird. Hat man als Beispiel einen punktförmigen Detektor unter einem gewissen Winkel, so wird dessen Responsefunktion durch eine ebene Welle in dieser Richtung beschrieben. Zweckmäßigerweise geht man von Dichtematrix und Efficiencymatrix zu den reduzierten Formen, d.h. zu den statistischen Tensoren und Efficiencytensoren über, da sich diese bei Transformationen wie sphärische Tensoren verhalten und auf sie die graphische Methode von Danos zur Umkopplung angewendet werden kann.

Für die Winkelkorrelationsfunktion erhält man bei Verwendung der statistischen Tensoren und Efficiencytensoren (vgl. Ref. ⁹⁾).

$$W = \sum_{\substack{a, A, A' \\ k_a, x_a}} \rho_{k_a x_a}(a A, a A') \varepsilon_{k_a x_a}^*(a A, a A') \quad (7)$$

A soll hierbei die sämtlichen Drehimpulse des Systems nach dem Zerfall charakterisieren.

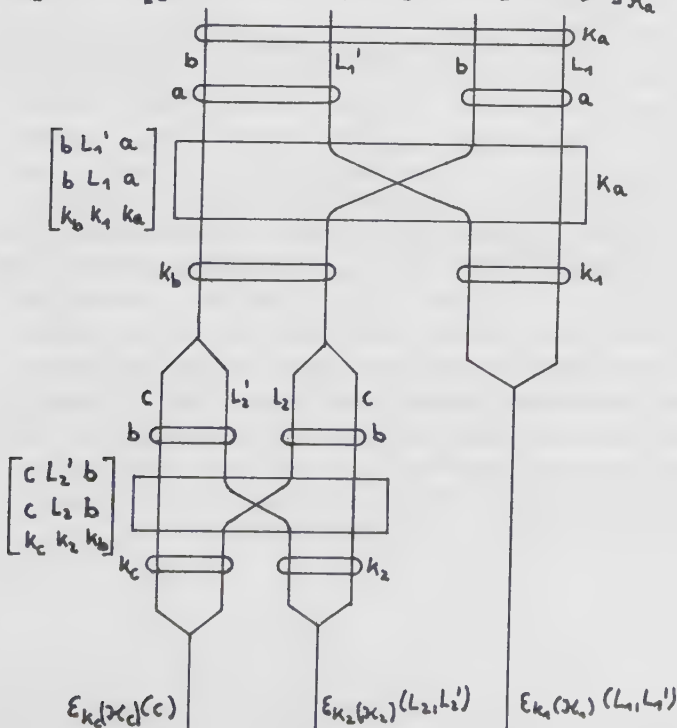
Die Tensoren des Gesamtsystems lassen sich aus den Tensoren der Einzelsysteme nach dem Zerfall durch Umkopplung gewinnen.

Für die statistischen Tensoren des Gesamtsystems nach dem Zerfall erhält man

$$\rho_{k_a x_a}(a A, a A') = [c \| L_2' \| b]^* [b \| L_1' \| a]^* \frac{\delta k_a 0 \delta x_a 0}{a} [c \| L_2 \| b] [b \| L_1 \| a] \quad (8)$$

Die Efficiencytensoren des Gesamtsystems erhält man aus den Efficiencytensoren der Teilsysteme durch Umkopplung nach folgendem Schema:

$$\varepsilon_{k_a x_a} \hat{=} [[[c x L_2'] b x L_1'] a x [[c x L_2] b x L_1] a]_{x_a}^{k_a}$$



Da der Zustand c nicht beobachtet wird, gilt: $k_c = x_c = 0$ und $\varepsilon_{k_c} x_c(c) = \hat{c} \int k_{c0} \cdot \delta x_{c0}$ und weil der Anfangszustand zufällig orientiert sein soll, folgt $k_a = x_a = 0$ und damit $k_b = k_1 = k_2 = \lambda$, so daß

$$\varepsilon_{k_a} x_a(a) = \left[\varepsilon_{\lambda}(L_2, L_2') \times \varepsilon_{\lambda}(L_1, L_1') \right]_0^{[0]} \cdot \begin{bmatrix} b L_1' a \\ b L_1 a \\ \lambda \lambda 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c L_2' b \\ c L_2 b \\ 0 \lambda \lambda \end{bmatrix} \quad (9)$$

Setzt man Gl. (9) und Gl. (8) in die Formel für die Winkelkorrelationsfunktion (Gl. (7)) ein und verwendet für die Efficiencytensoren die Ausdrücke für punktförmige Detektoren (ebene Wellen), die sich schreiben lassen als ⁹⁾

$$\varepsilon_{k_x}(L, L') = \sum_{\lambda'} c_{k_x'}(L, L') \cdot \mathcal{D}_{k_x}^{\lambda'}(\lambda) \quad \text{mit} \quad c_{k_x'}(L, L') = \delta_{\lambda'0} \cdot \frac{\hat{L} \hat{L}'}{4\pi} \cdot (-)^{L'} (L, 0, L', 0 | k_0)$$

so erhält man für die Winkelkorrelationsfunktion (bis auf Normierung) denselben Ausdruck wie bei Verwendung des Wellenfunktionsformalismus (vgl. Ref. ⁸⁾).

In der Literatur wird meist der Dichtematrixformalismus verwendet. Dies rührt vor allem daher, daß beim Dichtematrixformalismus sogenannte unreine Zustände, die hauptsächlich bei der Behandlung von Polarisationen auftreten, leichter berücksichtigt werden können. Anschaulicher ist jedoch der Wellenfunktionsformalismus und deshalb vermutlich besser geeignet, um zu überblicken, wie die verschiedenen interessierenden Größen in die Winkelkorrelationsfunktionen eingehen und welche Größen bei einer Messung zugänglich sind. Bei der konkreten Berechnung spezieller Winkelkorrelationsfunktionen ist jedoch der Dichtematrixformalismus vorzuziehen, da die komplizierten Mittelungsprozesse leichter durchgeführt werden können. Dies liegt daran, daß beim Dichtematrixformalismus primär nicht die Dichte des Gesamtzustandes betrachtet wird, sondern die Dichten der Teilsysteme, und bei diesen bereits gemittelt werden kann.

Spezielle Gesichtspunkte bei Teilchen- γ -Winkelkorrelationen mit direktem Reaktionsablauf

Im betrachteten Beispiel wurden die dynamischen Übergänge durch reduzierte Matrixelemente des Typs $[6 \parallel 11 \epsilon]$ beschrieben. Diese Klassifikation ist insbesondere bei γ -Übergängen sinnvoll, da dort nur wenige Multipolaritäten und deshalb nur wenige (in praktischen Fällen maximal zwei) reduzierte Matrixelemente auftreten.

Betrachtet man jedoch direkte Kernreaktionen mit massiven Teilchen $A(a,b)B$, etwa inelastische Streuung, so erhält man bei einer Entwicklung der Übergangsamplituden nach Drehimpulsen sehr viele verschiedene Partialwellen. Würde man nach reduzierten Matrixelementen des obigen Typs entwickeln, so gäbe es im Prinzip unendlich viele. Da aber kein Detektor existiert, der empfindlich ist auf die verschiedenen Bahndrehimpulse, dh., der selektiv ganz bestimmte Partialwellen herausfiltert, ist eine Klassifikation nach reduzierten Matrixelementen dieses Typs nicht sinnvoll. Man kann jedoch trotzdem die Übergangsamplituden $X_{m_a M_a m_b M_B}$ reduzieren, so daß sich diese reduzierten Formen wie sphärische Tensoren transformieren und auch in das graphische Schema von Danos passen. Hierzu wählt man günstigerweise das Kopplungsschema

$$\underline{j} = \underline{j}_B - \underline{j}_A \quad \underline{s} = \underline{s}_a - \underline{s}_b \quad \text{und} \quad \underline{l} = \underline{j} - \underline{s}$$

In Ref. ⁵⁵⁾ ist gezeigt, daß die durch Reduktion nach diesem Schema erhaltenen "reduzierten Matrixelemente" mit den nicht-reduzierten Amplituden $X_{m_a M_a m_b M_B}$ eindeutig zusammenhängen über die Relation

$$\begin{aligned} X_{m_a M_a m_b M_B} = \sum_{jls} & \langle j_A j M_A M_B - M_A | j_B M_B \rangle \cdot \\ & \langle s_a s_b m_a, -m_b | s m_a - m_b \rangle \cdot \\ & \langle l s m m_a - m_b | j M_B - M_A \rangle \cdot \\ & \cdot (-)^{s_b - m_b} \hat{B}_{sj}^{lm} (j_B s_b, j_A s_a; k_b k_a) \end{aligned}$$

Diese Gleichung ist eindeutig umkehrbar. Kennt man die Amplituden $X_{m_a M_a m_b M_b}$, so kann man sich daraus alle reduzierten Amplituden bestimmen und umgekehrt. Die reduzierten Amplituden B_{sj}^{lm} sind also in dieser Form sphärische Tensoren und ihre Zahl ist gleich der Zahl der Amplituden $X_{m_a M_a m_b M_b}$. Im Falle von α -Streuung an gg-Kernen zum ersten angeregten Zustand gilt: $s_a = s_b = s = J_A = 0$ und $j = 1 = 2$ und man erhält aus der obigen Relation

$$X_{M_B} = \langle 020 M_B | 2 M_B \rangle \cdot \langle 0000 | 00 \rangle \cdot \hat{2} \cdot \langle 20 M_B 0 | 2 M_B \rangle \cdot B_{02}^{2 M_B}$$

Dh. die Amplituden $X_{m_a M_a m_b M_b}$ unterscheiden sich von den reduzierten Amplituden nur jeweils um einen konstanten Faktor. Bei $(\alpha, \alpha_1 \gamma)$ -Winkelkorrelationsmessungen gelingt es also, reduzierte Amplituden einzeln zu messen. Messungen dieser Art sind deshalb wohl diejenige Stufe von Experimenten, bei denen die meiste Information über den Ablauf der betreffenden Reaktion gewonnen werden kann.

LITERATURVERZEICHNIS

- 1) H. Wagner et al., Phys. Lett. 47 B (1973) 497
- 2) W. Eyrich et al., Phys. Rev. C 10 (1974) 2512
- 3) U. Scheib et al., Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 1586
- 4) W. Wühr et al., Z. Phys. 269 (1974) 365
- 5) V. Gerbig, Diplomarbeit, Erlangen 1976
U. Scheib, V. Gerbig, private Mitteilung
- 6) H. Rebel et al., Nucl. Phys. A 182 (1972) 145
- 7) L. Biedenharn and M. Rose, Rev. of Mod. Phys. 25 (1953) 729
- 8) S. Devons and L. Goldfarb, Handbuch d. Phys. 42 (1957) 362
- 9) A.J. Ferguson, "Angular Correlation Methods in Gamma-Ray Spectroscopy" (North Holland Publishing Company, Amsterdam 1965)
- 10) F. Rybicki, T. Tamura and G.R. Satchler,
Nucl. Phys. A 146 (1970) 659
- 11) H.J. Rose and D.M. Brink, Rev. of Mod. Phys. 39 (1967) 306
- 12) E. Sheldon, Rev. of Mod. Phys. 35 (1963) 795
- 13) A. Bohr, Nucl. Phys. 10 (1959) 486
- 14) AEG, "Isochron-Zyklotron"
- 15) W. Emmerich et al., Nucl. Instr. Meth. 88 (1970) 327
Nucl. Instr. Meth. 93 (1971) 397
F. Vogler et al., Nucl. Instr. Meth. 101 (1972) 167
A. Hofmann et al., Nucl. Instr. Meth. 101 (1972) 467
- 16) Nucl. Instr. Meth., to be published
- 17) D. Habs et al., Externer Bericht 18/70-2 des Zyklotron-Laboratoriums, Kernforschungszentrum Karlsruhe (1970)
- 18) H. Wagner, Dissertation, Erlangen 1974
- 19) N. Austern "Direct Nuclear Reaction Theories"
(J. Wiley and Sons, New York 1970)

- 20) T. Tamura, Rev. of Mod. Phys. 37 (1965) 679
- 21) A. Hill, Computercode INCH1, Oxford 1967, unveröffentlicht
- 22) J. Raynal, G.W. Schweimer, Computercode ECIS,
Karlsruher Version, 1972, unveröffentlicht
- 23) P.M. Endt and C. van der Leun, Nucl. Phys. 214 (1973) 91
- 24) M.E. Cage et al., Nucl. Phys. A 201 (1973) 418
- 25) J.S. Blair and L. Wilets, Phys. Rev. 121 (1961) 1493
- 26) B.J. Verhaar und L.D. Tolsma, Nucl. Phys. 90 (1967) 612
- 27) H. Rebel et al., Z. Physik 256 (1972) 258
- 28) B. Tatischeff and I. Brissaud. Nucl. Phys. A 155 (1970) 89
- 29) H. Rebel, Lect. pres. at the Int. School of Nucl. Phys.,
Predeal, Romania, 1974 KFK-Bericht 2065 (1974)
- 30) D.F. Jackson and V.K. Kumbhavi, Phys. Rev. 178 (1969) 1626
- 31) C.J. Batty et al., Nucl. Phys. A 175 (1971) 1
- 32) A.M. Bernstein and W.A. Seidler, Phys. Lett. 34 B (1971) 569
- 33) A. Nakada and Y. Torizuka, J. Phys. Soc. Japan 32 (1972) 1
- 34) H. Gils et al., J. Phys. G:Nucl. Phys. 1(1975) 343
- 35) H. Rebel, private Mitteilung
- 36) J.S. Blair, Lectures in theoretical physics, vol. VIII c
(University of Colorado Press, Boulder 1965)
- 37) E.V. Inopin and Yu. A. Berezhnoy, Nucl. Phys. 63 (1965) 689
- 38) T. Hayward and F. Schmidt, Phys. Rev. C 1 (1970) 923
- 39) N. Austern and J.S. Blair, Annals of Phys. 33 (1965) 33
- 40) S.I. Drozdov, Sov. Phys. JETP 11 (1960) 362
- 41) E.V. Inopin and A.V. Shebeko, Sov. Phys. JETP 24 (1967) 1189
- 42) H. Rebel, Nucl. Phys. A 180 (1972) 332
- 43) CEA - R 3147 - BRUGE
- 44) H.A. Wolter et al., Nucl. Phys. A 167 (1971) 108
- 45) D. Goss et al., Phys. Rev. 183 (1969) 887

- 46) A.L. Goodman et al., Phys. Rev. C 2 (1970) 380
- 47) B. Castel et al., Phys. Rev. C 1 (1970) 990
- 48) G. Joppich, Dissertation, Erlangen 1974
- 49) Y. Horikawa et al., Phys. L. 36 (1971) 9
- 50) M. Berg, Dissertation, Erlangen 1974
- 51) N. Austern, Phys. Rev. 188 (1969) 1595
- 52) M. Danos, Annals of Phys. 63 (1971) 319
- 53) D. Lehmann and J. O'Connell, NBS Monograph 136
- 54) U. Fano and G. Racah, "Irreducible Tensorial Sets"
(Academic Press Inc., Publishers, New York 1959)
- 55) G.R. Satchler, Nucl. Phys. 55 (1964) 1

Ich danke Herrn Professor Dr. A. Hofmann und allen Mitgliedern seiner Gruppe, daß sie mir bei der Durchführung dieser Arbeit stets tatkräftig zur Seite standen.

Herrn Priv. Doz. Dr. H. Rebel vom Kernforschungszentrum Karlsruhe und seiner Gruppe danke ich für die Unterstützung, mit der sie zum Fortgang dieser Arbeit beigetragen haben.

Herrn Professor Dr. G. Schatz und Herrn Dr. H. Schweickert vom KFK gebührt mein Dank für die entgegenkommende Überlassung von Strahlzeit.

Diese Arbeit wurde gefördert mit Mitteln der

Deutschen Forschungsgemeinschaft

und der

Gesellschaft für Kernforschung m.b.H., Karlsruhe

Lebenslauf

E y r i c h , Wolfgang

geb. am	12. Juni 1949
in	Lauf a. d. Pegnitz, Bayern
Eltern	Karl Eyrich, Oberingenieur Elisabeth Eyrich, geb. Werr
Familienstand	verheiratet seit 18. Juli 1975 mit Margareta Eyrich, geb. Held
Schulen	1955 - 1962 Volksschule Lauf a. d. Pegnitz 1962 - 1965 Staatl. Realschule Lauf a. d. Pegnitz Mittlere Reife Juli 1965 1965 - 1968 Hardenberg-Gymnasium Fürth Reifeprüfung Juli 1968
Studium	1968 - 1975 Studium der Physik an der Universität Erlangen-Nürnberg Diplom-Vorprüfung am 21. April 1971 Diplom-Hauptprüfung am 06. Februar 1974
Stellungen	Seit 01. 11. 1975 Verwalter einer wissenschaft- lichen Assistentenstelle am Physikalischen In- stitut der Universität Erlangen-Nürnberg

Erlangen, den 18. März 1976

Offsetdruck-Fotodruck

J. Hogl, 8520 Erlangen, Hauptstr. 109 (Nähe Martin-Luther-Platz), Tel. 22990